

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO DA RESPOSTA EM ALTAS FREQUÊNCIAS DE UMA ESTRUTURA
TIPO CAIXA A UM CAMPO ACÚSTICO DIFUSO POR
ANÁLISE ESTATÍSTICA ENERGÉTICA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA A UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

MURILO WEINGARTEN BONILHA

FLORIANÓPOLIS, JULHO 1991

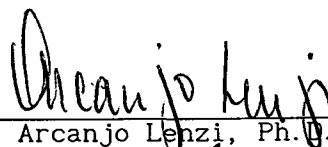
ESTUDO DA RESPOSTA EM ALTAS FREQUÊNCIAS DE UMA ESTRUTURA
TIPO CAIXA A UM CAMPO ACÚSTICO DIFUSO POR
ANÁLISE ESTATÍSTICA ENERGÉTICA

MURILO WEINGARTEN BONILHA

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

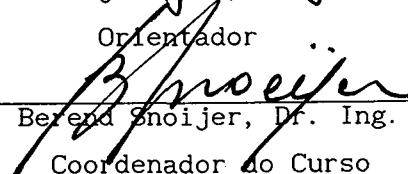
MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO VIBRAÇÕES E RUÍDO, E
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA



Arcanjo Lenzi, Ph.D.

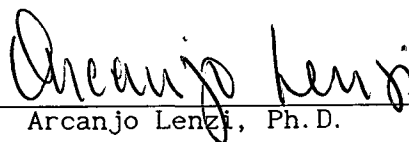
Orientador



Berend Snoijer, Dr. Ing.

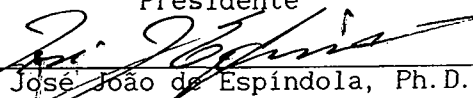
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA



Arcanjo Lenzi, Ph.D.

Presidente



José João de Espíndola, Ph.D.



Philippe Bernard Remy Devloo, Ph.D.



William Alves Barbosa, M.E.

DEDICATÓRIA

Aos meus:

Mamãe, Papai,

Andréa, Denise e Roberta.

"Permita que a razão governe o homem e ele não se atreverá a transgredir contra seus semelhantes, mas fará a eles o que quer que lhe tenham feito. Pois a razão lhe diz que, se o vizinho está hoje faminto e nu, é preciso alimentá-lo, pois talvez isso aconteça contigo amanhã e então ele estará pronto a ajudar-te"

Gerrard Winstanley

Pensador Anarquista, Sec. 17.

AGRADECIMENTOS

- Ao CNPq, pelo apoio financeiro;
- Ao Prof. Arcanjo Lenzi, pela amizade, pela orientação, pelos ensinamentos transmitidos e pela prestimosa atenção;
- Ao Prof. José João de Espíndola, pelos ensinamentos, pela amizade e pelo empréstimo dos equipamentos do P.I.S.A.;
- Ao Hilton, pela amizade e pela ajuda na revisão do trabalho;
- Ao Luiz, pelo companheirismo durante o decorrer do curso e pelas horas de "surf";
- À Sula, pelo eficiente trabalho de digitação;
- Aos Bolsistas: Jonas (Senna), Henrique (Animal), Ricardo (Suzuki) e Gilberto, sem os quais este trabalho ainda estaria pela metade;
- Ao Buba e ao Márcio, pela "força" durante todo o trabalho;
- À todos os colegas do curso de pós-graduação, pelo convívio e pela amizade;
- Aos Professores e Funcionários do LVA, do CPGEM e do DEM, pela atenciosa colaboração;
- Aos meus pais, pelo amor à mim dedicado, pela valiosa educação recebida e pelo apoio durante todo o trabalho;
- À Andréa, pelo amor mútuo e pela certeza de uma vida inteira juntos;

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTOS DA ANÁLISE ESTATÍSTICA ENERGÉTICA (SEA)	5
2.1. Origem da SEA	5
2.2. Fluxo de Energia Entre Dois Osciladores Acoplados	6
2.3. Troca de Energia Entre Dois Grupos de Modos Acoplados ...	13
2.4. Troca de Energia Entre Vários Grupos de Modos Acoplados .	17
2.5. Estimativa da Resposta Estrutural	20
CAPÍTULO 3 - PARÂMETROS DO MÉTODO: ESTUDO ANALÍTICO	28
3.1. Eficiência de Irradiação	28
3.2. Densidade Modal	37
3.2.1. Relação entre a densidade modal e a mobilidade pontual	37
3.2.2. Densidade modal de uma placa plana	42
3.2.3. Densidade modal de uma cavidade tridimensional ...	45
3.3. Fator de Acoplamento	46
3.3.1. Acoplamento entre placa e cavidade acústica	47
3.3.2. Acoplamento placa-placa	49
3.4. Fator de Perda	52
3.5. Potência Fornecida	54
CAPÍTULO 4 - PARÂMETROS DO MÉTODO: ESTUDO EXPERIMENTAL	57
4.1. Eficiência de Irradiação	57
4.1.1. Procedimento utilizado	57
4.1.2. Resultados obtidos	59
4.2. Densidade Modal	64

4.2.1. Procedimento utilizado	64
4.2.2. Resultados obtidos	68
4.3. Fator de Acoplamento	74
4.3.1. Procedimentos experimentais	74
4.3.2. Procedimento utilizado	76
4.3.3. Resultados obtidos	79
4.4. Fator de Perda Estrutural	90
4.4.1. Procedimentos experimentais	90
4.4.2. Resultados obtidos	92
 CAPÍTULO 5 - ANÁLISE DA ESTRUTURA TIPO CAIXA	 99
5.1. Estrutura Tipo Caixa	99
5.2. Resultados Experimentais Para a Estrutura Tipo Caixa	106
5.3. Modelagem Usando o Programa LVASEA	110
5.3.1. Modelos com 13 subsistemas - análise em bandas de 1/3 de oitava.....	111
5.3.2. Redução do número de subsistemas	121
5.3.3. Modelos com 13 subsistemas - outros resultados ...	130
 CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES	 138
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 141
 APÊNDICE A - PROGRAMA LVASEA	 147
 APÊNDICE B - RESULTADOS DE FATORES DE PERDA E ACOPLAMENTO	 151

NOMENCLATURA UTILIZADA

M	- Massa
K	- Rigidez
C	- Amortecimento
G	- Constante de acoplamento giroscópico (item 2.2)
M_c	- Acoplamento de massa linear (item 2.2)
K_c	- Acoplamento de rigidez linear (item 2.2)
$F(t)$	- Força de excitação
W	- Potência
$\langle \rangle_t$	- Valor médio de uma variável no tempo
$\langle \rangle$	- Valor médio de uma variável no espaço
x	- Deslocamento
\dot{x}	- Velocidade
\ddot{x}	- Aceleração
E	- Energia total do grupo de modos
T	- Energia cinética
E_p	- Energia potencial
\bar{E}	- Energia modal
N	- Número de modos
η_α	- Fator de perda estrutural médio modal do subsistema α
$\eta_{\alpha\beta}$	- Fator de perda por acoplamento médio modal entre os subsistemas α e β
$\phi_{\alpha\beta}$	- Coeficiente de acoplamento modo-a-modo entre os subsistemas α e β
n_α	- Densidade modal do subsistema α
W^e	- Potência fornecida
W^d	- Potência dissipada
ψ_y	- Modo de vibração y
s_a^2	- Variância do parâmetro a (item 2.5)
$-$	- Média dos parâmetros em relação aos modos (item 2.3)

m_a	- Média do parâmetro a (item 2.5)
f_c	- Frequência central da banda de análise
Δ_f	- Largura da banda de análise
$\langle v^2 \rangle$	- Velocidade quadrática média espacial
$\langle a^2 \rangle$	- Aceleração quadrática média espacial
$\rho_0 c_0$	- Impedância acústica do ar
M_i	- Massa da placa i
V_i	- Volume da cavidade acústica i
$\langle p^2 \rangle$	- Pressão quadrática média espacial
W_{rad}	- Potência sonora irradiada pela placa
σ_{rad}	- Eficiência de irradiação
S_p	- Área da placa
λ	- Comprimento de onda
c_0	- Velocidade do som no ar - 343 m/s
c_L	- Velocidade de onda longitudinal
h	- Espessura da placa
k	- Número de onda
S_B	- Densidade espectral bilateral
$G(f_c)$	- Densidade espectral unilateral
$Re[Y]$	- Parte real da mobilidade pontual
I_1, I_2	- Limites inferior e superior do intervalo de confiança (item 2.5)
ρ_0	- Densidade do ar
f_{CR}	- Frequência crítica
P	- Perímetro da placa
L_{ENR}	- Comprimento dos enrigidecedores
Y	- Mobilidade = v/F
Z	- Impedância = F/v

RESUMO

O presente trabalho está relacionado ao estudo da resposta de estruturas complexas excitadas acusticamente. A excitação acústica é muito importante no caso de satélites, os quais são submetidos, durante o lançamento, a campos acústicos com altos níveis de potência sonora e espectros cujas componentes de frequência atingem alguns kHz.

Os campos acústicos gerados em torno de um satélite atuam, principalmente, na região de frequências onde a alta densidade modal da estrutura inviabiliza uma análise através de métodos numéricos clássicos, como por exemplo, o Método dos Elementos Finitos. A Análise Estatística Energética (SEA) é uma abordagem alternativa para esse tipo de estudo já que analisa grupos de modos de vibração ao invés de modos isolados.

Essa abordagem foi aplicada para o estudo da resposta de uma estrutura tipo caixa à um campo acústico difuso. Esta estrutura foi construída de modo a apresentar valores de fator de perda e de fator de acoplamento similares aos normalmente encontrados em satélites construídos com placas "honeycomb".

Os parâmetros estruturais necessários para a aplicação deste método foram determinados tanto analítica quanto experimentalmente. Os métodos experimentais utilizados mostraram-se confiáveis dentro da região de aplicação do modelo SEA.

Vários modelos da estrutura foram elaborados para uma análise por SEA. Os resultados obtidos com a maioria dos modelos apresentaram boa concordância com aqueles medidos na estrutura excitada acusticamente.

A boa concordância é função da estrutura apresentar subsistemas fracamente acoplados e com alta densidade modal. No entanto, os resultados teóricos são fortemente dependentes da correta determinação experimental do fator de perda e da potência fornecida.

ABSTRACT

This work is concerned with the study of response of complex structures acoustically excited. The acoustic excitation is very important in the case of satellites which are submitted, during launch, to acoustic fields with high sound power levels and with wide range spectra.

The acoustic fields generated around a satellite act mainly in the frequency regions where the high modal density of this structure makes the analysis impractical by classical numerical methods, for example, the finite element method. The Statistical Energy Analysis (SEA) is an alternative approach for this kind of study because it deals with group of modes instead of isolated modes.

This approach was applied to study the response of a box-like structure to a diffuse sound field. This structure was constructed in a way to present structural and coupling loss factors values similar to the ones usually found in satellites made of honeycomb plates.

The structural parameters related to a SEA model were determined either experimental and analytically. The experimental methods used showed to be reliable in the region of SEA model application.

Some theoretical models of the structure were elaborated. The results obtained with the majority of these models showed good agreement with the ones measured in the acoustically excited structure.

The good agreement is due to the structure's weak coupling, and because subsystems have high modal density. Nevertheless, the theoretical results depend strongly in the exact loss factor and input power values experimentally obtained.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Estruturas aeroespaciais são fortemente excitadas durante o lançamento, pela vibração e pelo ruído gerados pelo motor de propulsão e também pela turbulência da camada limite gerada no exterior da estrutura. As fortes vibrações geradas na estrutura do veículo lançador podem danificar equipamentos sensíveis nele instalado podendo levar missões espaciais ao fracasso.

O satélite colocado no interior do veículo lançador sofre também fortes excitações causadas pelo campo sonoro criado em torno dele. Este campo sonoro apresenta um nível global de pressão sonora acima de 140 dB e as componentes importantes de frequência estendem-se além do valor de 2000 Hz. No entanto, encontram-se indicações na literatura de níveis médios de pressão sonora da ordem de 170 dB e faixas de frequência de 20 Hz a 4000 Hz [1].

Em função dos altos custos envolvidos na fabricação de protótipos, as análises experimentais detalhadas de um satélite inteiro nem sempre são viáveis. Desta forma, estudos numéricos que utilizem resultados teóricos/experimentais desde as etapas do projeto básico são muito importantes.

Os métodos tradicionais de análise numérica de resposta estrutural baseiam-se principalmente na análise modal. A modelagem da estrutura completa de um satélite por elementos finitos requer uma grande capacidade computacional, o que limita a sua aplicação às baixas frequências, normalmente até poucas centenas de Hertz.

A Análise Estatística Energética (SEA) considera a troca de energia entre os subsistemas (grupos de modos de mesmo tipo) que compõem uma certa estrutura. Ela foi desenvolvida de modo a permitir a análise de sistemas com alto número de modos por banda de frequência (alta densidade modal), como o

caso de modos acústicos de cavidades. Quanto maior for o número de modos analisados maior será a precisão das predições. Por isso, essa forma de análise é aplicável à região de altas frequências.

Os estudos de resposta através da Análise Estatística Energética aumentaram de forma significativa nos últimos anos, particularmente na última década, tornando suas predições mais confiáveis. Tal fato é decorrente da maior precisão alcançada na determinação experimental de alguns parâmetros como o amortecimento estrutural e os fatores de acoplamento entre subsistemas estruturais. O fator de acoplamento representa a fração da energia vibratória de um determinado componente estrutural que é transmitida para outro componente.

Um dos objetivos deste trabalho é estudar a viabilidade, no LVA-UFSC, da aplicação da SEA na análise da resposta da estrutura de um satélite excitado por um campo sonoro difuso, na região de altas frequências. Tendo em vista a não disponibilidade de componentes do próprio satélite, as análises foram concentradas em uma estrutura tipo caixa, mais simplificada, construída com chapas finas de aço. Um croqui da estrutura tipo caixa é apresentado na Fig. 1.1. As placas que compunham esta estrutura foram amortecidas com fitas de alumínio, procurando reproduzir o amortecimento normalmente encontrado em um satélite construído com placas tipo "honeycomb". A forma de união das placas através de cantoneiras rebitadas foi escolhida de forma a facilitar a montagem da estrutura e também para que os fatores de acoplamento tivessem valores próximos daqueles encontrados na estrutura de um satélite típico. Esta estrutura tipo caixa foi excitada por um campo sonoro difuso gerado dentro da câmara reverberante do Laboratório de Vibrações e Acústica da UFSC (LVA-UFSC).

A Análise Estatística Energética (SEA) [3] foi utilizada na determinação numérica da resposta da estrutura tipo caixa a esse campo acústico difuso. A metodologia de análise utilizada se baseia principalmente nos procedimentos desenvolvidos por Clarkson e seus colaboradores [2] em seus estudos para a Agência Espacial Européia (ESA). O tipo de abordagem proposto

por Clarkson é reforçado por outros trabalhos semelhantes conduzidos em outros países [4 e 5].

Existem poucos trabalhos publicados na literatura que apresentam um estudo completo e detalhado da resposta de estruturas a campos acústicos (tanto difusos quanto convectivos) por Análise Estatística Energética. Em geral, esses trabalhos trazem poucas informações a respeito da estrutura estudada, inviabilizando uma análise mais crítica dos resultados obtidos.

Em um destes trabalhos, Davies (Cap. 15, Ref. [3]) estuda os níveis de vibração em uma prateleira de instrumentos colocada dentro de um veículo aeroespacial cônico que é excitado por uma camada limite turbulenta. No entanto, devido a uma série de suposições teóricas e à pouca utilização de dados experimentais, os resultados alcançados não foram muito satisfatórios. Na ref. [7] o veículo aeroespacial cônico considerado por Davies foi modelado, utilizando os conceitos da SEA, por 45 subsistemas. Os parâmetros da SEA foram obtidos teórica ou empiricamente em níveis diferentes de precisão. Os resultados teóricos obtidos apresentaram boa concordância com aqueles obtidos em um ensaio de um modelo do veículo excitado acusticamente.

Apesar de não ser possível o acesso aos modelos finais das estruturas analisadas, a série de trabalhos conduzidos por Clarkson et al, [2], [8], [9], [10], para a ESA são a melhor referência para o tipo de estudo levado a cabo neste trabalho. Outra referência importante é o trabalho de Ghering e Raj [11] que apresenta com clareza como utilizar resultados teóricos ou experimentais para obter os melhores resultados de um modelo SEA. No entanto, este último trabalho analisa excitações mecânicas pontuais e uma estrutura na qual diferentes tipos de ondas devem ser estudadas.

Os outros objetivos deste trabalho são: estudar detalhadamente o problema da modelagem de uma estrutura por SEA; implementar rotinas de determinação experimental dos parâmetros da SEA que sejam confiáveis e com boa repetibilidade; e verificar as principais suposições nas quais os resultados de uma modelagem por SEA são válidas. Para auxiliar neste trabalho um programa de

computador foi desenvolvido para calcular e montar as matrizes dos parâmetros do método, e também para calcular a resposta dos vários subsistemas.

Uma revisão bibliográfica e um breve resumo teórico sobre os fundamentos da SEA são apresentados no Capítulo 2.

No Capítulo 3, os resultados dos parâmetros utilizados são deduzidos de forma simplificada procurando apresentar noções básicas sobre cada parâmetro.

A determinação experimental de cada um dos parâmetros da SEA utilizados neste estudo é apresentada no Capítulo 4.

No Capítulo 5 são apresentadas comparações entre os resultados experimentais e os obtidos por diversos modelos diferentes da estrutura tipo caixa, para o caso de excitação desta estrutura por um campo acústico difuso.

No Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões deste trabalho.

Um resumo sobre o programa LVASEA é apresentado no Apêndice A.

No Apêndice B, algumas listagens de resultados de fatores de perda e acoplamento pelo método "in situ" estão reunidas.

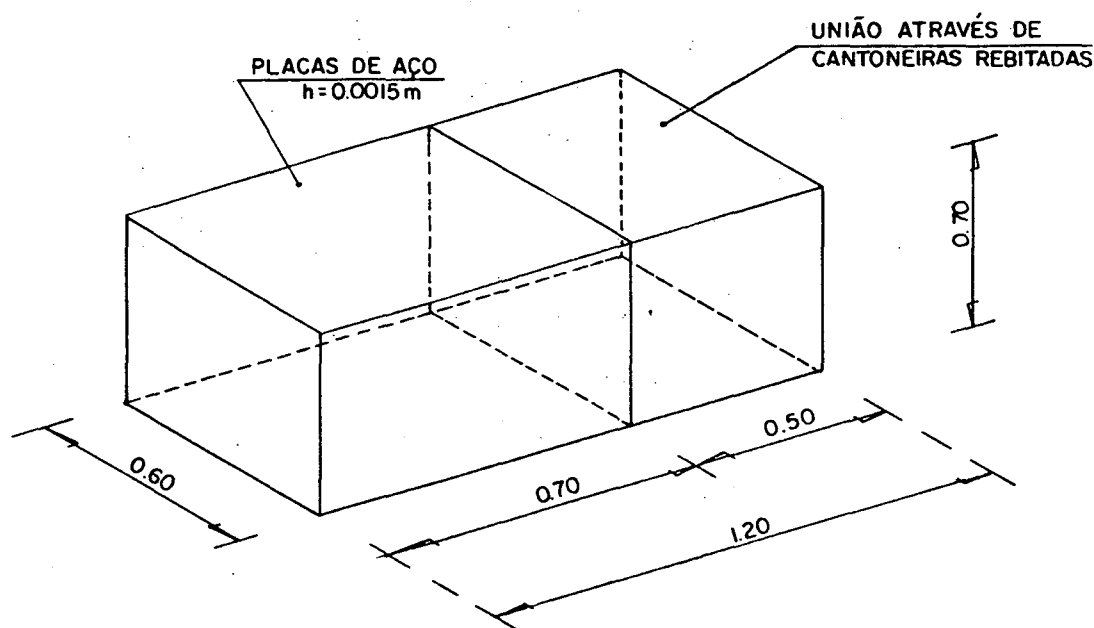


Figura 1.1 - Estrutura tipo caixa. (medidas em m)

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS DA ANÁLISE ESTATÍSTICA ENERGÉTICA (SEA)

2.1. ORIGENS DA SEA

Apesar do problema de irradiação sonora em altas frequências de pisos e paredes de edificações já ser estudado há muitos anos, somente com o aparecimento das estruturas aeroespaciais, no final da década de 50, é que foi despertada a necessidade do desenvolvimento de uma metodologia de estudo da resposta de estruturas complexas em altas frequências. Como a excitação aleatória de banda larga que atua sobre estas estruturas aeroespaciais excita fortemente os seus modos de ordem superior, a utilização de métodos de análise modal torna-se impraticável. Existem quatro razões para isto. Inicialmente, o número de modos que devem ser considerados no estudo pode ser excessivamente alto. Uma segunda razão está no fato de que os modos de ordem superior (alta frequência) são muito sensíveis às pequenas variações de detalhes de construção, existentes mesmo em estruturas nominalmente idênticas. Uma terceira razão está na reduzida precisão numérica da determinação dos modos de vibração de frequências elevadas e, mesmo que o modelo se comporte como a estrutura real, a predição numérica pode não ser confiável. Uma última razão está no grande volume de dados a obter em uma análise modal em altas frequências, o que torna o estudo e a compreensão desses dados uma tarefa hercúlea.

Os primeiros resultados para o fluxo de potência entre dois osciladores acoplados, obtidos independentemente por Lyon e Smith no final da década de 50, foram o ponto inicial para a dedução das equações básicas da SEA. A aplicação dos resultados obtidos por Lyon ao problema analisado por Smith [19] foi apresentado no primeiro trabalho publicado sobre a SEA [12]. Esses

primeiros e promissores resultados proporcionaram o rápido desenvolvimento das bases teóricas e práticas da SEA. Assim sendo, o nome de Análise Estatística Energética (SEA) e as bases teóricas do método foram apresentadas nas referências [13], [14] e [15]. A análise de mais de dois subsistemas acoplados e a utilização de mais de um tipo de grupo de modos foram estudadas por Lyon e Scharton [16].

Os primeiros resultados para o desvio-padrão da potência fornecida e da resposta dos subsistemas foram obtidos por Lyon [17]. A aplicação prática desses resultados para o caso de veículos espaciais é resumida na ref. [18].

Segundo Lyon [3], a SEA foi delineada como sendo uma metodologia de abordagem do problema de vibrações de estruturas complexas, utilizando métodos analíticos e experimentais, sendo que parte desses métodos já existiam antes do aparecimento da SEA. Esta metodologia é estatística pois os sistemas em estudo são presumidamente retirados de populações com parâmetros aleatórios; a energia foi escolhida como a variável primária de análise, pois a sua utilização permite tratar igualmente tanto sistemas estruturais como acústicos; e o termo análise enfatiza que a SEA é uma abordagem particular do problema.

Durante as décadas de 70 e 80 a utilização da SEA diversificou-se bastante [28], [29] e [30], inclusive com vários estudos que procuravam explicar melhor as bases do método e a sua relação com outras áreas de conhecimento do homem [31], [32] e [23].

2.2. FLUXO DE ENERGIA ENTRE DOIS OSCILADORES ACOPLADOS

O sistema da Fig. 2.1 é formado por dois osciladores MCK (massa-amortecedor-mola) acoplados da forma mais genérica possível sem, no entanto, apresentar nenhuma forma de acoplamento dissipativo.

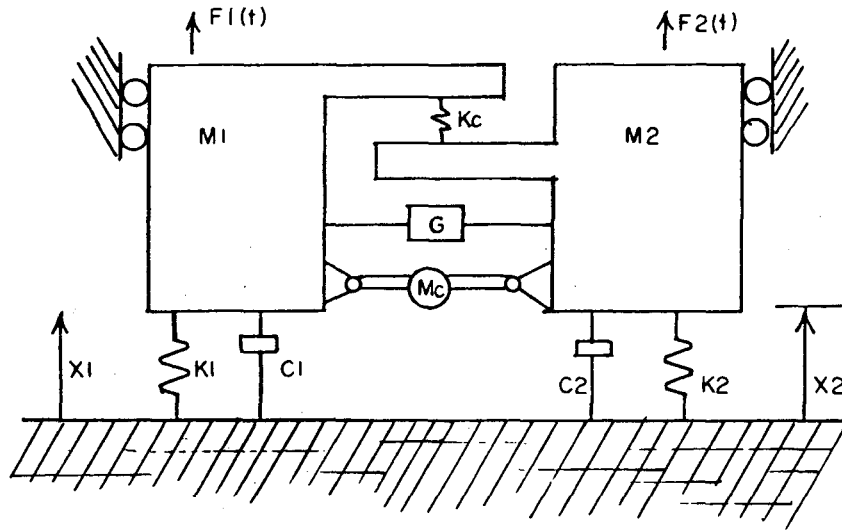


Figura 2.1 - Dois osciladores acoplados, Ref. [33].

As três formas de acoplamento conservativo existentes entre os dois sistemas MCK da Fig. 2.1 são: o acoplamento de rigidez linear (K_c), o acoplamento de massa inercial (M_c) e o acoplamento giroscópico (G), como aquele que existe entre um fluido e uma estrutura [21]. O acoplamento giroscópico é definido [6] como aquele que produz uma força negativa em uma massa 2 devido a uma velocidade positiva na massa 1, se isso resultar em uma força positiva na massa 1 devido a uma velocidade positiva na massa 2. A equação de movimento de cada um dos dois osciladores MCK da Fig. 2.1 pode ser obtida através das equações de Lagrange [34]. Para tanto as energias cinética e potencial dos dois osciladores acoplados devem ser conhecidas e, através da substituição destas energias nas equações de Lagrange obtém-se:

$$\begin{aligned} \left(M_1 + \frac{M_c}{4}\right) \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + (K_1 + K_c) x_1 + \frac{M_c}{4} \ddot{x}_2 - G \dot{x}_2 - K_c x_2 &= F_1(t) \\ \left(M_2 + \frac{M_c}{4}\right) \ddot{x}_2 + C_2 \dot{x}_2 + (K_2 + K_c) x_2 + \frac{M_c}{4} \ddot{x}_1 + G \dot{x}_1 - K_c x_1 &= F_2(t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

onde: $F_1(t)$ e $F_2(t)$ são consideradas forças estatisticamente independentes na forma de processos aleatórios estacionários.

Pode-se notar das equações 2.1 que o movimento de um dos dois osciladores causará um movimento no outro, mesmo que o segundo não seja excitado. Dessa forma existirá um fluxo de potência entre os dois osciladores que pode ser obtido considerando-se cada oscilador excitado separadamente [15]. Como o fluxo de potência médio é definido [41] como o produto médio ao longo do tempo entre a força e a velocidade, tem-se para o caso de acoplamento conservativo:

$$\langle W_{12} \rangle_t = \frac{1}{2} \left(\langle F_{c1}(t) \cdot v_1(t) \rangle_t - \langle F_{c2}(t) \cdot v_2(t) \rangle_t \right) = -\langle W_{21} \rangle_t \quad (2.2)$$

onde: $\langle W_{12} \rangle_t$ é o fluxo de potência médio do oscilador 1 para o oscilador 2, ao longo do tempo.

Avaliando o fluxo de potência de cada oscilador para os elementos do acoplamento, obtém-se:

$$\langle F_{c1}(t) \cdot v_1(t) \rangle_t = K_c \langle (x_1 - x_2) \dot{x}_1 \rangle_t - G \langle \dot{x}_2 \dot{x}_1 \rangle_t + \frac{M_c}{4} \langle (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) \dot{x}_1 \rangle_t \quad (2.3)$$

$$\langle F_{c2}(t) \cdot v_2(t) \rangle_t = -K_c \langle (x_1 - x_2) \dot{x}_2 \rangle_t + G \langle \dot{x}_1 \dot{x}_2 \rangle_t + \frac{M_c}{4} \langle (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) \dot{x}_2 \rangle_t$$

Como para o caso de processos estacionários a taxa de variação das energias cinética e potencial deve ser nula, pode-se escrever as seguintes relações para cada uma das molas e massas do sistema da Fig 2.1:

$$\text{Massa } M_1 : \left\langle \frac{d}{dt} \left(\frac{M_1}{2} \dot{x}_1^2 \right) \right\rangle_t = 0, \quad \text{então} \quad \langle \dot{x}_1 \ddot{x}_1 \rangle_t = 0$$

$$\text{Massa } M_2 : \left\langle \frac{d}{dt} \left(\frac{M_2}{2} \dot{x}_2^2 \right) \right\rangle_t = 0, \quad \text{então} \quad \langle \dot{x}_2 \ddot{x}_2 \rangle_t = 0$$

$$\text{Mola } K_1 : \left\langle \frac{d}{dt} \left(\frac{K_1}{2} x_1^2 \right) \right\rangle_t = 0, \text{ então } \langle x_1 \dot{x}_1 \rangle_t = 0 \quad (2.4)$$

$$\text{Mola } K_2 : \left\langle \frac{d}{dt} \left(\frac{K_2}{2} x_2^2 \right) \right\rangle_t = 0, \text{ então } \langle x_2 \dot{x}_2 \rangle_t = 0$$

$$\text{Mola } K_c : \left\langle \frac{d}{dt} \left(\frac{K_c}{2} (x_1 - x_2)^2 \right) \right\rangle_t = 0, \text{ então } \left\langle \frac{d}{dt} x_1 x_2 \right\rangle_t = 0 \text{ e } \langle \dot{x}_1 x_2 \rangle_t = - \langle x_1 \dot{x}_2 \rangle_t$$

$$\text{Massa } M_c : \left\langle \frac{d}{dt} \left(\frac{M_c}{2} \left(\frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2} \right)^2 \right) \right\rangle_t = 0, \text{ então } \left\langle \frac{d}{dt} \dot{x}_1 \dot{x}_2 \right\rangle_t = 0 \text{ e}$$

$$\langle \ddot{x}_1 \dot{x}_2 \rangle_t = - \langle \dot{x}_1 \ddot{x}_2 \rangle_t$$

Desenvolvendo as expressões 2.3 e aplicando 2.4 e 2.2 segue-se que:

$$\langle W_{12} \rangle_t = - \langle W_{21} \rangle_t = - K_c \langle x_2 \dot{x}_1 \rangle_t - G \langle \dot{x}_2 \dot{x}_1 \rangle_t + \frac{M_c}{4} \langle \ddot{x}_2 \dot{x}_1 \rangle_t \quad (2.5)$$

No Apêndice A da Ref. [33] as relações $\langle x_2 \dot{x}_1 \rangle_t$, $\langle \dot{x}_2 \dot{x}_1 \rangle_t$ e $\langle \ddot{x}_2 \dot{x}_1 \rangle_t$ são calculadas em função das receptâncias ($H_{12}(\omega)$) do sistema da Fig. 2.1. Esta função resposta em frequência ($H_{12}(\omega)$) é definida como a resposta $x_1 = H_{12}(\omega)e^{j\omega t}$ do p-ésimo oscilador quando o q-ésimo oscilador é excitado por uma força senoidal $F_2 = e^{j\omega t}/(M_2 + M_c/4)$. Dessa forma, com as receptâncias H_{11} , H_{22} , H_{12} e H_{21} obtidas das equações de movimento dos osciladores (2.1), o fluxo de energia é expresso em função dos parâmetros dos osciladores e do acoplamento.

Da mesma maneira os valores médios no tempo de \dot{x}_2^2 , \dot{x}_1^2 , x_2^2 e x_1^2 são expressos em função das receptâncias. Com estes valores pode-se apresentar as energias cinética ($\langle T \rangle_t$) e potencial ($\langle E_p \rangle_t$), única e tão somente, em função dos parâmetros do acoplamento e dos osciladores. Comparando-se as expressões obtidas [33] para a diferença entre as energias cinéticas dos dois osciladores e a diferença entre as energias potenciais, verifica-se que elas são iguais.

Assim, pode-se escrever:

$$\langle E_1 \rangle_t - \langle E_2 \rangle_t = 2 (\langle T_1 \rangle_t - \langle T_2 \rangle_t) = 2 (\langle E_{p1} \rangle_t - \langle E_{p2} \rangle_t) \quad (2.6)$$

onde: $\langle E_i \rangle_t$ é a média ao longo do tempo da energia total do oscilador i

Essa relação é válida para qualquer intensidade de acoplamento, mesmo sabendo que para o caso de forte acoplamento a energia cinética média ao longo do tempo não é necessariamente igual a energia potencial.

Comparando as expressões para a diferença entre as energias totais e o fluxo de potência médio ao longo do tempo, obtém-se [33]:

$$\langle W_{12} \rangle_t = \phi_{12} (\langle E_1 \rangle_t - \langle E_2 \rangle_t) \quad (2.7)$$

onde:

$$\begin{aligned} \phi_{12} = \{ & \mu^2 [\xi_1 \omega_2^4 + \xi_2 \omega_1^4 + \xi_1 \xi_2 (\xi_1 \omega_2^2 + \xi_2 \omega_1^2)] + \\ & + (\gamma^2 + 2\mu\Delta)(\xi_1 \omega_2^2 + \xi_2 \omega_1^2) + \Delta^2 (\xi_1 + \xi_2) \} / D \end{aligned}$$

$$\omega_1^2 = (K_1 + K_c) / (M_1 + M_c/4) - \text{Frequência natural bloqueada do oscilador 1}$$

$$\omega_2^2 = (K_2 + K_c) / (M_2 + M_c/4) - \text{Frequência natural bloqueada do oscilador 2}$$

$$\xi_1 = \eta_1 \omega_1 = C_1 / (M_1 + M_c/4)$$

$$\xi_2 = \eta_2 \omega_2 = C_2 / (M_2 + M_c/4)$$

$$\mu = (M_c/4) / [(M_1 + M_c/4)(M_2 + M_c/4)]^{1/2}$$

$$\gamma = G / [(M_1 + M_c/4)(M_2 + M_c/4)]^{1/2}$$

$$\Delta = K_c / [(M_1 + M_c/4)(M_2 + M_c/4)]^{1/2}$$

$$D = (1 - \mu^2)[(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + (\xi_1 + \xi_2)(\xi_1 \omega_2^2 + \xi_2 \omega_1^2)]$$

A frequência natural bloqueada de um certo oscilador é determinada considerando o outro oscilador, ao qual este primeiro está acoplado, bloqueado, ou seja, totalmente parado.

A equação 2.7 é absolutamente exata e válida para qualquer caso de acoplamento conservativo. Por esta equação verifica-se que a taxa de fluxo de potência é proporcional à diferença entre as energias médias temporais e que a constante de proporcionalidade (ϕ) depende unicamente dos parâmetros do acoplamento e dos osciladores. Uma outra importante conclusão extraída da equação 2.7 é a constatação de que o fluxo de potência se realiza do oscilador com maior energia para o oscilador com menor energia. Além disso, o fluxo de potência médio no tempo é grandemente dependente do valor relativo entre ω_1 e ω_2 , que representam as duas frequências bloqueadas do sistema acoplado. A constante ϕ é maior para o caso em que as duas frequências bloqueadas (ω_1 e ω_2) estão o mais próximo possível e vai se tornando menor à medida que os valores dessas duas frequências se separam. Isto indica que a proximidade das duas frequências ω_1 e ω_2 facilita a troca de energia entre os dois osciladores.

Apesar de ser um resultado muito importante a equação 2.7 só é válida para o caso de dois osciladores acoplados. Este problema foi extensamente discutido por Woodhouse na ref. [22] que demonstrou que este resultado de proporcionalidade não é válido para mais de dois osciladores acoplados, exceção feita para o caso de um terceiro oscilador não amortecido que acopla os outros dois osciladores. Dessa forma algumas hipóteses simplificativas devem ser feitas para o estudo de mais de dois osciladores.

A hipótese simplificativa mais simples é a de fraco acoplamento entre osciladores com baixo amortecimento. Como apresentado nas Referências [21] e [23] não existe nenhuma definição universalmente aceita sobre fraco

acoplamento. No entanto, todas as definições propostas procuram relacionar o efeito do acoplamento na resposta do oscilador. Assim, o caso de fraco acoplamento é aquele que não altera significativamente a resposta de um certo oscilador devido a forças que nele atuam diretamente. Dessa forma, quando o acoplamento for fraco as energias potencial e cinética média de cada oscilador são aproximadamente iguais.

Como no presente trabalho é analisado o acoplamento entre modos estruturais e entre modos estruturais e acústicos, pode-se desprezar o acoplamento por massa M_c no estudo do fraco acoplamento.

Como já apresentado o acoplamento giroscópico é aquele existente entre um fluido e uma estrutura. Segundo a ref. [12], a constante giroscópica (G) pode ser considerada pequena se ela for razoavelmente menor que os amortecimentos η_1 e η_2 . Em outras palavras, o amortecimento devido à presença do fluido deve ser muito menor do que o amortecimento estrutural. Uma expressão para o amortecimento giroscópico introduzido por um fluido em uma placa fina é apresentada na ref. [26], baseando-se nas expressões deduzidas por Maidanik [20] para a resistência de irradiação de uma placa. O que se verifica por esta expressão é que um fraco acoplamento existe na interação entre uma placa e o ar (campo acústico) e um forte acoplamento é encontrado entre uma placa relativamente fina e a água. Para o caso da existência de acoplamento giroscópico somente, a expressão 2.7 pode ser escrita na seguinte forma:

$$\langle W_{12} \rangle_t = \phi_{12} \cdot 2 (\langle T_1 \rangle_t - \langle T_2 \rangle_t) \quad (2.8)$$

$$\text{onde: } \phi_{12} = \frac{\gamma^2 \left(\xi_1 \omega_2^2 + \xi_2 \omega_1^2 \right)}{\left[\left(\omega_1^2 - \omega_2^2 \right)^2 + \left(\xi_1 + \xi_2 \right) \left(\xi_1 \omega_2^2 + \xi_2 \omega_1^2 \right) \right]}$$

A expressão 2.8 é colocada em termos da energia cinética, devido à maior facilidade de obtenção dos parâmetros necessários à determinação dessa energia.

Para o estudo de interação entre dois modos estruturais pode ser utilizado um modelo de acoplamento através de uma mola de rigidez K_c [25]. Para este caso o fraco acoplamento é mais difícil de ser visualizado na prática. No entanto, alguns exemplos podem ser encontrados na literatura para esta importante situação [12], [22], [25] e [27]. Por exemplo, para o caso de duas barras vibrando em compressão [27], unidas através de uma mola K_c , o acoplamento pode ser definido como fraco se a impedância ($Z = F/v$) de cada uma das barras for razoavelmente maior do que K_c/ω .

2.3. TROCA DE ENERGIA ENTRE DOIS GRUPOS DE MODOS ACOPLADOS

Baseando-se nos resultados para o fluxo de potência entre dois modos fracamente acoplados uma análise é realizada sobre o comportamento de dois grupos de modos acoplados. Duas formas de estudos podem ser consideradas sobre esta interação: um estudo modal e um estudo baseado na teoria de ondas difusas. A ref. [24] apresenta estas duas análises com bastante clareza.

Para realizar o estudo modal da troca de energia entre dois grupos de modos, são considerados dois grupos α e β com frequências dentro de uma mesma banda e acoplados modo a modo (Fig. 2.2). Isso indica que um modo de um grupo estará acoplado com todos os outros modos do outro grupo, sem no entanto estar acoplado a nenhum modo do seu grupo.

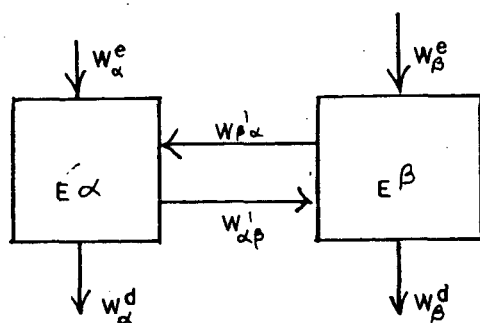


Figura 2.2 - Dois grupos de modos acoplados.

Na Fig. 2.2 os seguintes fluxos de potência são apresentados:

- W_{α}^e - Potência introduzida no grupo de modos α por uma fonte que não seja o grupo β ;
- W_{α}^d - Potência dissipada pelo grupo de modos α ou transmitida para uma outra fonte que não seja o grupo de modos β ;
- $W_{\alpha\beta}$ - Potência transmitida do grupo α para o grupo β .

Como todas as potências e energias que são apresentadas neste item são valores médios no tempo a notação $\langle \rangle_t$ fica subentendida.

De modo a facilitar a análise deste item algumas hipóteses simplificativas devem ser feitas:

- A energia de cada grupo de modos está contida única, e tão somente, nos modos deste grupo e ela se distribui igualmente entre estes modos;
- Não existe acoplamento com modos fora da faixa de frequência coberta pelos modos dos grupos α e β ;
- A frequência natural, uma variável aleatória, que apresenta uma distribuição normal na faixa de frequência de análise;
- Os amortecimentos dos modos de um mesmo grupo são iguais.

Assim sendo, a energia dissipada por cada um dos modos do grupo α devido ao amortecimento é igual e pode ser escrita em termos do fluxo de energia para um modo z do grupo α , na forma:

$$W_z^d = 2 \omega_z \eta_{\alpha} \bar{T}_z = \omega_z \eta_{\alpha} \bar{E}_z \quad (2.9)$$

onde: η_{α} é o fator de perda dos modos do grupo α ;

$\bar{E}_z = 2 \bar{T}_z$ é a energia modal dos modos do grupo α ;

ω_z é a frequência do modo analisado.

Considerando-se que as constantes de acoplamento (ϕ_0) entre um modo do grupo α e um modo do grupo β são iguais para todos os modos, tem-se da equação 2.8 que:

$$W_{z\beta} = 2\phi_0 (\bar{T}_z - \bar{T}_\beta) N_\beta = \phi_0 \bar{E}_z N_\beta - \phi_0 \bar{E}_\beta N_\beta = W'_{z\beta} - W'_{\beta z} \quad (2.10)$$

onde: N_β é o número total de modos do grupo β ;

ϕ_0 é a constante de acoplamento média modo a modo entre α e β .

A potência total introduzida em um dos modos do grupo α é aquela fornecida diretamente pela fonte externa (W_α^e/N_α), mais aquela fornecida por todos os modos de β . Igualando-se a potência dissipada em um único modo do grupo α com a potência fornecida para este modo pode-se escrever que:

$$W_z^d + W_{z\beta} = W_z^e, \quad \text{ou} \quad (2.11)$$

$$\omega_z \eta_\alpha \bar{E}_z + \phi_0 \bar{E}_z N_\beta = \frac{W_\alpha}{N_\alpha} + \phi_0 \bar{E}_\beta N_\beta$$

Aplicando-se a expressão 2.11 para todos os modos do grupo α e escrevendo a equação de balanço do fluxo de potência em termos da energia total de cada um dos grupos, obtém-se:

$$\omega_c \eta_\alpha E_\alpha + \phi_0 N_\beta E_\alpha - \phi_0 N_\alpha E_\beta = W_\alpha^e \quad (2.12)$$

onde: $E_\alpha = \bar{E}_\alpha \cdot N_\alpha$ é a energia total do grupo α .

ω_c é a frequência central dos modos do grupo α .

Fisicamente $\phi_0 N_\beta E_\alpha$ representa a perda de potência do grupo α para o grupo β que não aparece quando se considera o grupo de modos α desacoplado.

Sendo assim, é possível se definir para o termo $\phi_0 N_\beta E_\alpha$ uma forma semelhante àquela utilizada para se definir a dissipação de energia por amortecimento. Escrevendo esta forma através do fator de acoplamento a expressão 2.12 pode ser reescrita como:

$$\omega_c (\eta_\alpha E_\alpha + \eta_{\alpha\beta} E_\alpha - \eta_{\beta\alpha} E_\beta) = W_\alpha^e \quad (2.13)$$

onde: $\eta_{\alpha\beta} = \phi_0 N_\beta / \omega_c$ é o fator de acoplamento de α para β

$\eta_{\beta\alpha} = \phi_0 N_\alpha / \omega_c$ é o fator de acoplamento de β para α

Com base nesta definição, a seguinte relação pode ser escrita para o fator de perda por acoplamento:

$$\phi_0 = \frac{\omega_c \eta_{\alpha\beta}}{N_\beta} = \frac{\omega_c \eta_{\beta\alpha}}{N_\alpha}, \text{ e então: } \eta_{\alpha\beta} N_\alpha = \eta_{\beta\alpha} N_\beta \quad (2.14)$$

A relação 2.14 é uma propriedade muito importante da Análise Estatística Energética e é utilizada para se definir a simetria das equações da SEA. Considerando-se que β seja a única fonte de energia para α , segue-se das equações 2.13 e 2.14 que:

$$\frac{E_\alpha}{E_\beta} = \frac{\eta_{\beta\alpha}}{(\eta_\alpha + \eta_{\alpha\beta})} = \frac{N_\alpha}{N_\beta} \cdot \frac{\eta_{\alpha\beta}}{(\eta_\alpha + \eta_{\alpha\beta})} \quad (2.15)$$

A equação 2.15 é a equação básica da SEA para o caso de dois grupos de modos acoplados. Em função das suposições realizadas para se deduzir esta equação, verifica-se que a precisão dos resultados aumenta à medida que se utiliza um número maior de modos para se definir o valor médio da energia modal do grupo de modos, ou seja, quanto maior a amostra da população de modos, mais precisos serão os resultados. Esta exigência aliada à suposição de que a faixa de frequência de análise é relativamente estreita leva à conclusão de que a SEA

se aplica primordialmente a sistemas com alta densidade modal (n). A densidade modal é definida como sendo o número de modos em uma banda de frequência dividido pela largura dessa banda. Trabalhando com o valor médio dos parâmetros da SEA por grupo de modos, a equação 2.15 pode ser escrita em termos dos valores médios das energias modais dos grupos de modos α e β (\bar{E}_α e \bar{E}_β). Assim:

$$\frac{\bar{E}_\alpha}{\bar{E}_\beta} = \frac{\eta_{\alpha\beta}}{(\eta_\alpha + \eta_{\alpha\beta})} \quad (2.16)$$

Segundo a ref. [21] a condição de fraco acoplamento é satisfeita se a razão entre o fator de acoplamento médio modal e o fator de perda médio modal for substancialmente menor que a unidade. Aplicando esta condição para a equação 2.16 verifica-se que $\bar{E}_\alpha \ll \bar{E}_\beta$. Assim sendo, a condição de fraco acoplamento e a utilização dos valores médios modais dos parâmetros recuperam o resultado básico da equação 2.7, ou seja, a potência irá fluir do sistema com maior energia modal para aquele com menor energia modal.

2.4. TROCA DE ENERGIA ENTRE VÁRIOS GRUPOS DE MODOS ACOPLADOS

Para a aplicação dos resultados da equação 2.16 é interessante que esta análise seja estendida para o caso de mais de dois grupos de modos acoplados. Isto se deve ao fato de que a maioria dos sistemas conhecidos é composto por vários elementos estruturais, sendo que cada um destes elementos pode ser representado por mais de um grupo de modos similares. Por exemplo, em alguns casos é interessante que se represente a vibração de uma placa através de um grupo de modos de flexão e outro grupo de modos de ondas longitudinais devido às diferenças desses grupos em termos de impedâncias, densidades modais e até mesmo, fatores de perda.

Ao se estender essa análise para o caso de mais de dois subsistemas

ela deixa de ser correta pois, mesmo que a potência seja fornecida somente a um subsistema 2 que não esteja diretamente acoplado ao subsistema 3, este poderá responder devido à potência que chega até ele através de outros subsistemas aos quais esteja acoplado.

Esse fato não foi levado em conta por Lyon [3] na extensão para o caso de N-subsistemas. No entanto, os resultados obtidos para todos os exemplos [2], [7] e [11] em que a SEA foi aplicada, para o caso de vários subsistemas, indica que o erro cometido por tal generalização é pequeno ao ser comparado às incertezas envolvidas em um estudo por SEA.

No modelo da Fig. 2.3 é apresentada a troca de energia entre vários subsistemas de um modelo complexo. Cada um destes subsistemas representa um grupo de modos similares dentro de uma certa faixa de frequência e que é fracamente acoplado aos outros subsistemas. Cada subsistema é excitado por um sinal aleatório de espectro plano nas faixas de frequências analisadas e cuja potência média no tempo deve ser conhecida ou estimada.

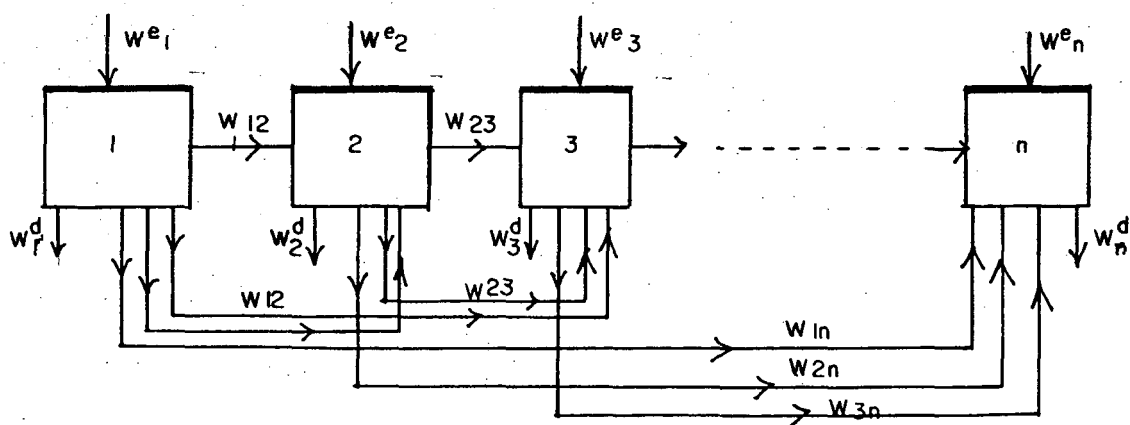


Figura 2.3 - Troca de energia entre N-subsistemas acoplados.

Na Fig. 2.3 as potências apresentadas são as seguintes:

$W_1^d = \omega_c \eta_1 E_1$ - Potência dissipada pelo subsistema i;

$W_{1j} = \omega_c \eta_{1j} N_1 \left(\frac{E_1}{N_1} - \frac{E_j}{N_j} \right)$ - Potência transferida entre os subsistemas i e j;

W_1^e - Potência fornecida ao subsistema i por uma fonte externa.

Escrevendo as equações de balanço de energia (equação 2.13) para os N-subsistemas da Fig. 2.3 de forma matricial, obtém-se:

$$[\eta] \{\bar{E}\} = \frac{1}{\omega_c} \{W^e\} \quad (2.17)$$

onde: $\omega_c = 2\pi f_c$ é a frequência central da banda de análise

$$[\eta] = \begin{bmatrix} (\eta_1 + \sum_{i \neq 1}^N \eta_{1i}) N_1 & -\eta_{21} N_2 & \dots & -\eta_{N1} N_N \\ -\eta_{12} N_1 & (\eta_2 + \sum_{i \neq 2}^N \eta_{2i}) N_2 & \dots & -\eta_{N2} N_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{1N} N_1 & -\eta_{2N} N_2 & \dots & (\eta_N + \sum_{i \neq N}^N \eta_{Ni}) N_N \end{bmatrix}$$

$$\{\bar{E}\} = \begin{Bmatrix} E_1/N_1 \\ E_2/N_2 \\ \vdots \\ E_N/N_N \end{Bmatrix} \quad e \quad \{W^e\} = \begin{Bmatrix} W_1^e \\ W_2^e \\ \vdots \\ W_N^e \end{Bmatrix}$$

A matriz dos fatores de perda η é simétrica devido a relação 2.14. Estimando-se (analítica ou experimentalmente) a matriz dos fatores de perda e o vetor de potência fornecida (W^e), o vetor de energias modais pode ser obtido através da resolução do sistema linear 2.17.

Conhecendo-se as energias médias espaciais de cada grupo de modo (E_i) na banda de frequência de interesse estas podem ser reduzidas a valores médios espaciais de aceleração $\langle a^2 \rangle$ nas placas ou pressão sonora $\langle p^2 \rangle$ nas cavidades acústicas através das relações 2.18.

$$E_i = M_i \frac{\langle a_i^2 \rangle}{4\pi^2 f_c^2}, \text{ para placas submetidas à flexão}$$

$$E_i = \frac{\langle p_i^2 \rangle \cdot V_i}{\rho_0 c_0^2}, \text{ para cavidades acústicas}$$
(2.18)

onde: M_i é a massa da placa
 f_c é a frequência central da banda de análise
 V_i é o volume da cavidade acústica
 $\rho_0 c_0$ é a impedância acústica do ar
 c_0 é a velocidade do som no ar

2.5. ESTIMATIVA DA RESPOSTA ESTRUTURAL

No item 2.4 foi apresentada a obtenção da aceleração média espacial de um subsistema através da solução da equação matricial básica da SEA (equação 2.17). No entanto, como visto nos itens anteriores, toda a dedução das equações da SEA se baseia na suposição de que os parâmetros são retirados de populações estatísticas. Dessa forma, não só a média da resposta desses subsistemas deve ser estimada como também o desvio-padrão e, em casos extremos, a distribuição completa.

Essa variação entre a média da resposta da população e qualquer membro desta, é função da impossibilidade de total satisfação das suposições do item 2.3. Dessa forma, dificilmente todos os modos de um subsistema terão a mesma energia. Além disso, a constante de acoplamento modal (ϕ_{12}) e o número de modos

que interagem podem variar de uma observação para outra devido às pequenas variações da forma de onda no acoplamento ao longo do tempo. Esta variação da forma de onda ao longo do tempo e a localização aleatória do ponto de medição causam variações nos valores da resposta.

Como forma de determinar uma relação entre a média e a variância da resposta de um conjunto de modos β tome-se na Fig. 2.2 o fluxo de potência entre um único modo y de β e todos os modos do grupo α , pode se escrever então que:

$$W_{\alpha y} = \sum_{\alpha=1}^N \phi_{\alpha y} (\bar{E}_{\alpha} - \bar{E}_y) \quad (2.19)$$

onde: $\phi_{\alpha y}$ é apresentado na equação 2.7.

Supondo que somente o grupo de modos α é excitado toda a potência fornecida ao modo y será dissipada devido ao amortecimento próprio do modo y , assim:

$$W_{\alpha y} = \xi_y \cdot \bar{E}_y = \sum_{\alpha=1}^N \phi_{\alpha y} (\bar{E}_{\alpha} - \bar{E}_y)$$

onde: $\xi_y = \eta_y \omega_y$

Rearranjando os termos desta expressão obém-se

$$\bar{E}_y = \left(\sum_{\alpha=1}^N \phi_{\alpha y} \bar{E}_{\alpha} \right) / \left(\xi_y + \sum_{\alpha=1}^N \phi_{\alpha y} \right) \quad (2.20)$$

Supondo um fraco acoplamento entre α e β , a energia total do modo y pode ser escrita em função da massa total do grupo de modos β (M_{β}) e da velocidade do modo y medida no ponto x_2 , na seguinte forma:

$$\bar{E}_y = \langle v_y^2 \rangle_t \cdot M_\beta \cdot \psi_y^2(x_2) \quad (2.21)$$

onde: $\psi_y^2(x_2)$ é a forma de onda do modo y no ponto x_2 .

Igualando as expressões 2.21 e 2.20 obtém-se

$$\langle v^2 \rangle = \frac{1}{M_\beta \psi_y^2(x_2)} \left(\sum_{\alpha=1}^N \bar{E}_\alpha \phi_{\alpha y} \right) \left(\xi_y + \sum_{\alpha=1}^N \phi_{\alpha y} \right)^{-1} \quad (2.22)$$

Como os modos do grupo α são fracamente acoplados com os modos do grupo β , pode-se dizer que $\xi_y \gg \sum_{\alpha=1}^N \phi_{\alpha y}$. E de 2.22 decorre que:

$$\langle v_y^2 \rangle_t = \frac{1}{M_\beta \xi_y \psi_y^2(x_2)} \left(\sum_{\alpha=1}^N \bar{E}_\alpha \phi_{\alpha y} \right) \quad (2.23)$$

Tomando $M_c = 0$ na expressão para o coeficiente de acoplamento modal apresentada na equação 2.7 e reescrevendo-a para o acoplamento entre um modo do grupo α e o modo y , obtém-se que:

$$\phi_{\alpha y} = \frac{\lambda_{\alpha y}}{Q_{\alpha y}^2 + 1} \cdot \frac{\xi_\alpha \xi_y}{\xi_\alpha + \xi_y} \quad (2.24)$$

onde: $\lambda_{\alpha y} = \left(\gamma^2 + \frac{A^2}{\omega_c^2} \right) / \xi_\alpha \xi_y$

$$Q_{\alpha y} = 2(\omega_\alpha - \omega_y) / (\xi_\alpha + \xi_y)$$

A expressão 2.24 foi escrita supondo que a largura da banda de análise é razoavelmente estreita e, portanto, $\omega_\alpha \cong \omega_y \cong \omega_c$. Tomando ainda como suposição que os fatores de perda de todos os modos do grupo são iguais nesta banda, obtém-se da equação 2.24 que a constante de acoplamento ($\phi_{\alpha y}$) média entre os modos do grupo α e o modo y é [3]:

$$\langle \phi_{\alpha y} \rangle_{\alpha} = \langle \lambda_{\alpha y} \rangle_{\alpha} \frac{\xi_{\alpha} \xi_y}{\xi_{\alpha} + \xi_y} \frac{(\xi_{\alpha} + \xi_y)}{4 \Delta f} \quad (2.25)$$

onde $\langle \rangle_{\alpha}$ é a média em relação à todos os modos do grupo α

Substituindo 2.25 em 2.23, obtém-se a média da resposta quadrática do modo y no ponto x_2 em relação aos modos do grupo α .

$$\langle v_y^2 \rangle_t = \frac{n_{\alpha}(f)}{4} (\xi_{\alpha} + \xi_y) \frac{1}{M_{\beta} \psi_y^2(x_2)} \cdot \frac{\xi_{\alpha}}{(\xi_{\alpha} + \xi_y)} \langle \lambda_{\alpha y} \rangle_{\alpha} \langle \bar{E}_{\alpha} \rangle_{\alpha} \quad (2.26)$$

onde: $n_{\alpha}(f)$ é a densidade modal do grupo de modos α .

De acordo com o suposto no item 2.3, a frequência natural é uma variável aleatória que apresenta uma distribuição Gaussiana ao longo do eixo de frequência. Dessa forma, a variância da expressão 2.26 em relação aos modos do grupo α num intervalo de frequência Δf é [3].

$$s_{v_y}^2 = \frac{n_{\alpha}(f)}{4} (\xi_{\alpha} + \xi_y) \left[\frac{1}{M_{\beta} \psi_y^2(x_2)} \cdot \frac{\xi_{\alpha}}{(\xi_{\alpha} + \xi_y)} \right]^2 \langle \lambda_{\alpha y}^2 \rangle_{\alpha} \langle \bar{E}_{\alpha}^2 \rangle_{\alpha} \quad (2.27)$$

Na equação 2.20 os pontos de excitação x_1 e de medição da velocidade x_2 são escolhidos aleatoriamente ao longo da superfície dos grupos de modos α e β , respectivamente. Tomando-se a forma de onda y (ψ_y^2) como um fator de aleatoriedade da resposta, a expressão 2.26 pode ser multiplicada por este fator. Da mesma forma, a energia total modal do grupo de modos α irá depender do particular ponto de excitação (x_1) e assim irá variar em função de $\psi_{\alpha}^2(x_1)$. Levando-se em conta estes dois fatores a equação 2.26 pode ser reescrita como:

$$\langle v_y^2 \rangle_t = \frac{n_{\alpha}(f)}{4} (\xi_{\alpha} + \xi_y) \left[\frac{1}{M_{\beta} \psi_y^2(x_2)} \cdot \frac{\xi_{\alpha}}{(\xi_{\alpha} + \xi_y)} \right] \cdot \langle \lambda_{\alpha y} \rangle_{\alpha} \langle \psi_y^2(x_2) \rangle \langle \psi_{\alpha}^2(x_1) \rangle \quad (2.28)$$

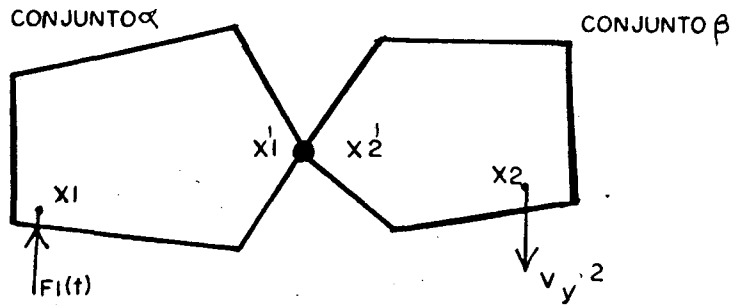


Figura 2.4 - Variação do ponto de união entre α e β .

Similarmente à variação aleatória dos pontos x_1 e x_2 pode-se supor que a união entre os subsistemas α e β seja entre um ponto x'_1 e outro ponto x'_2 que podem variar aleatoriamente (Fig. 2.4). Assim sendo, $\lambda_{\alpha y}$ varia em função de $\psi_\alpha^2(x'_1) \cdot \psi_y^2(x'_2)$ e a expressão 2.28 passa a ser escrita como:

$$\langle v_y^2 \rangle_t = \frac{n_\alpha(f)}{4} (\xi_\alpha + \xi_y) \left[\frac{1}{M_\beta \psi_y^2(x_2)} \cdot \frac{\xi_\alpha}{(\xi_\alpha + \xi_y)} \right] \cdot \langle \psi_y^2(x) \rangle^2 \langle \psi_\alpha^2(x) \rangle^2 \quad (2.29)$$

Reescrevendo a expressão 2.27 da mesma forma que a expressão 2.26 foi reescrita, obtém-se:

$$s_{v_y}^2 = \frac{n_\alpha(f)}{4} (\xi_\alpha + \xi_y) \left[\frac{1}{M_\beta \psi_y^2(x_2)} \cdot \frac{\xi_\alpha}{(\xi_\alpha + \xi_y)} \right]^2 \cdot \langle \psi_y^4(x) \rangle^2 \langle \psi_\alpha^4(x) \rangle^2 \quad (2.30)$$

Dividindo 2.30 pelo quadrado de 2.29 obtém-se a máxima variação esperada da resposta de um único modo do grupo β :

$$\frac{s_{v_y}^2}{m_{v_y}^2} = \left[\frac{n_\alpha(f)}{4} (\xi_\alpha + \xi_y) \right]^{-1} \cdot \left[\frac{\langle \psi_\alpha^4 \rangle}{\langle \psi_\alpha^2 \rangle^2} \right]^2 \left[\frac{\langle \psi_y^4 \rangle}{\langle \psi_y^2 \rangle^2} \right]^2 \quad (2.31)$$

onde: $s_{v_y}^2$ é a variância da resposta de v_y^2 em relação aos modos do grupo α ;

$m_{v_y}^2$ é o quadrado da média de v_y^2 em relação aos modos do grupo α .

Analisando o grupo de modos β verifica-se que ele é representado por $n_\beta(f)$. As funções resposta em frequência independentes. Cada uma destas respostas terá uma relação s^2/m^2 fornecida por 2.31 e, portanto, escolhendo-se ψ_β^2 como um modo de vibrar típico do grupo β e supondo-se que o amortecimento de todos os modos desse grupo sejam iguais a ξ_β , tem-se que:

$$\frac{s_{v\beta}^2}{m_{v\beta}^2} = \left[\frac{\Delta f}{4} n_\beta \cdot n_\alpha \cdot (\xi_\alpha + \xi_\beta) \right]^{-1} \cdot \left[\frac{\langle \psi_\alpha^4 \rangle}{\langle \psi_\alpha^2 \rangle^2} \right]^2 \left[\frac{\langle \psi_\beta^4 \rangle}{\langle \psi_\beta^2 \rangle^2} \right]^2 \quad (2.32)$$

Em função das hipóteses assumidas na dedução apresentada, pode ser demonstrado que a expressão 2.32 é simétrica e independe do grupo α ser excitador ou excitado, o mesmo valendo para o grupo β .

Além da média e da variância da velocidade de um certo grupo de modos, é interessante determinar a probabilidade de uma medição qualquer se situar dentro de um certo intervalo. Esse intervalo construído em torno do valor médio da resposta irá conter um certo valor de resposta com confiança $1-\alpha_v$. Tomando-se os limites do intervalo de confiança como I_1 e I_2 , pode-se escrever que [17]

$$CC = (1 - \alpha_v) = \int_{I_1}^{I_2} D(I) dI \quad (2.33)$$

onde: $D(I)$ é a densidade de probabilidade total para a resposta $\langle v^2 \rangle_t = I$

Dessa forma, se a distribuição assumida para a variável aleatória $\langle v^2 \rangle_t = I$ for aproximadamente igual à distribuição da resposta real então a expressão 2.33 fornece um coeficiente de confiança 100 $(1-\alpha_v)$ por cento para a resposta.

A distribuição assumida deve ser definida somente para valores positivos da variável resposta, apresentar uma relação entre a variância e a média e ser suficientemente integrável de forma a apresentar uma solução

fechada para a expressão 2.33. A distribuição assim assumida [17] é a distribuição gamma, que tem a função densidade de probabilidade definida como [46].

$$D(I) = \left[I^{\left(\frac{m^2}{s^2} - 1\right)} \exp(-I \cdot m/s^2) \right] / \left[\left(\frac{s^2}{m}\right)^{\frac{m^2}{s^2}} \cdot \Gamma\left(\frac{m^2}{s^2}\right) \right] \quad (2.34)$$

onde: $\Gamma\left(\frac{m^2}{s^2}\right)$ é a função gamma

Assumindo que a resposta irá se situar dentro de um intervalo centrado geometricamente no valor da sua média, os extremos desse intervalo serão $I_1 = m/R$ e $I_2 = Rm$. Substituindo 2.34 em 2.33 e operando para os intervalos assumidos, obtém-se [3]

$$CC(R) = \Gamma^{-1}\left(\frac{m^2}{s^2}\right) \left[\gamma\left(\frac{m^2}{s^2}, \frac{m^2}{s^2} \cdot R\right) - \gamma\left(\frac{m^2}{s^2}, \frac{m^2}{s^2 R}\right) \right] \quad (2.35)$$

onde: $\gamma(x,y)$ é a função gamma incompleta [3]

Os intervalos para 99, 95, 80 e 50% de confiança calculados em função da expressão 2.35 são apresentados na Fig. 2.5 extraída da ref. [17].

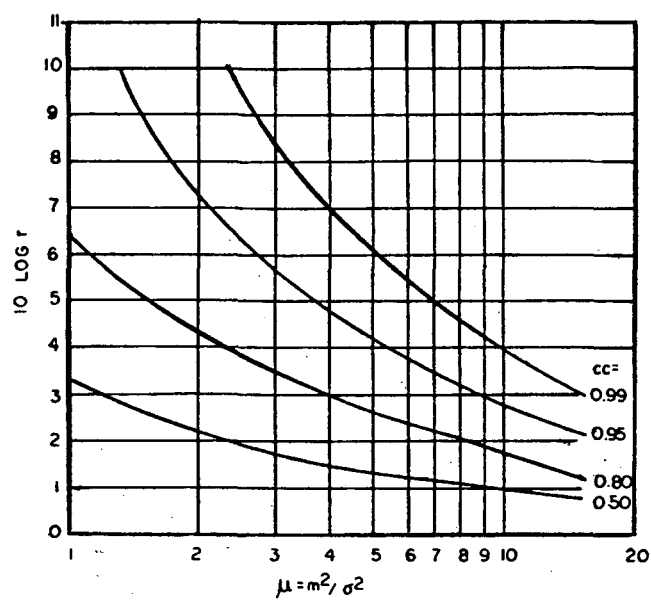


Figura 2.5 - Meia-largura dos intervalos de confiança, em dB [17].

CAPÍTULO 3

PARÂMETROS DO MÉTODO: ESTUDO ANALÍTICO

Neste capítulo são apresentadas expressões para os parâmetros da SEA para um modelo composto por placas excitadas acusticamente e cavidades acústicas. Utilizando o método de propagação de ondas, a eficiência de irradiação de placas planas é deduzida. Com esta eficiência de irradiação é possível calcular o fator de acoplamento entre placas e cavidades acústicas, bem como a potência introduzida por um campo acústico em uma placa. São ainda apresentadas expressões para a densidade modal de placas planas e cavidades acústicas tridimensionais. O fator de acoplamento entre placas lisas é deduzido utilizando uma aproximação pelo método de propagação de ondas.

3.1. EFICIÊNCIA DE IRRADIAÇÃO

A eficiência de irradiação é um parâmetro utilizado no estudo da interação entre estruturas e o campo acústico. Este parâmetro é definido como [35]:

$$\sigma_{\text{rad}} = \frac{W_{\text{rad}}}{W_0} = \frac{W_{\text{rad}}}{\rho_0 c_0 S_p \langle v^2 \rangle} \quad (3.1)$$

onde: W_{rad} é a potência sonora irradiada pela placa

W_0 é a potência sonora irradiada por um pistão de área S_p em baffle infinito

$\langle v^2 \rangle$ é a média espacial da velocidade quadrática.

Em função dessa definição a eficiência de irradiação representa a razão entre a potência sonora irradiada por uma placa e aquela que seria irradiada por um pistão de mesma área da placa, vibrando uniformemente na faixa de frequências na qual o perímetro do pistão é muito maior que o comprimento de onda do som no ar. No caso de uma placa plana, as ondas de flexão que se propagam ao longo desta são as que irradiam energia sonora de forma mais eficiente.

Na SEA a eficiência de irradiação é utilizada para avaliar o fator de acoplamento estrutura-cavidade acústica e, em função do princípio da reciprocidade [36], também avaliar o fator de acoplamento cavidade-estrutura. A eficiência de irradiação também tem importância primordial na determinação da potência fornecida por um campo acústico a uma placa.

Várias foram as técnicas utilizadas para se obter a eficiência de irradiação de uma placa. Entre várias pode-se citar técnicas como: propagação de ondas [20], análise modal [38], transformada de Fourier [39] e equações integrais [40]. Resultados semelhantes foram obtidos por estas diferentes técnicas variando somente a elegância da solução.

A irradiação sonora devido às ondas de flexão que se propagam em placas infinitas sem amortecimento pode ser dividida em três regiões principais, em função do valor relativo entre o comprimento da onda de flexão na placa (λ_p) e do comprimento de onda do som no ar (λ_0):

- Quando $\lambda_p < \lambda_0$ existe transferência de energia da placa para o ar, pois a impedância acústica específica na fronteira fluido-estrutura é real e positiva [42];
- Quando $\lambda_p > \lambda_0$ não existe transferência de energia da placa para o ar, pois a impedância acústica específica na interface é imaginária [42];
- Quando $\lambda_p = \lambda_0$, as condições de contorno não podem ser satisfeitas na prática e a impedância acústica específica (definida na expressão 2.26 [42]) converge para o infinito. Como o comprimento de onda no ar ou em qualquer

outro meio varia inversamente com a primeira potência da frequência, dada uma placa de um certo material e espessura existirá uma, e somente uma, frequência onde $\lambda_p = \lambda_0$. Esta é a chamada frequência crítica (f_{CR}) ou de coincidência e para placas homogêneas ela pode ser calculada por [41]:

$$f_{CR} = \frac{c_0^2}{1,8 c_L h} \quad (3.2)$$

onde: h é a espessura da placa (m)

c_L é a velocidade de onda longitudinal (m/s^2)

Estendendo a análise anterior para o caso de placas finitas pode-se notar que mesmo na região abaixo da frequência crítica existe irradiação sonora. Isto se deve à presença de ondas de flexão que se refletem nas extremidades da placa e cujas interferências mútuas causam o aparecimento de modos e frequências características. Esses modos característicos se comportarão como ondas estacionárias que irão dominar a vibração da placa quando esta for excitada em suas frequências naturais.

Como apresentado na expressão 3.1 a eficiência de irradiação é função da potência irradiada pela placa. Dessa forma, esta potência deve ser determinada para ser possível a obtenção de uma expressão para este parâmetro. A potência irradiada por uma placa é definida por [36]:

$$W_{rad} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, 0) v^*(x, y) dx dy \quad (3.3)$$

onde: p é a pressão sonora

v^* é o complexo conjugado da velocidade de partícula

A expressão 3.3 é escrita supondo que a placa esteja posicionada no

plano (x,y) e que a irradiação se processe no semi-espaco $z>0$ (ver Fig. 3.1).

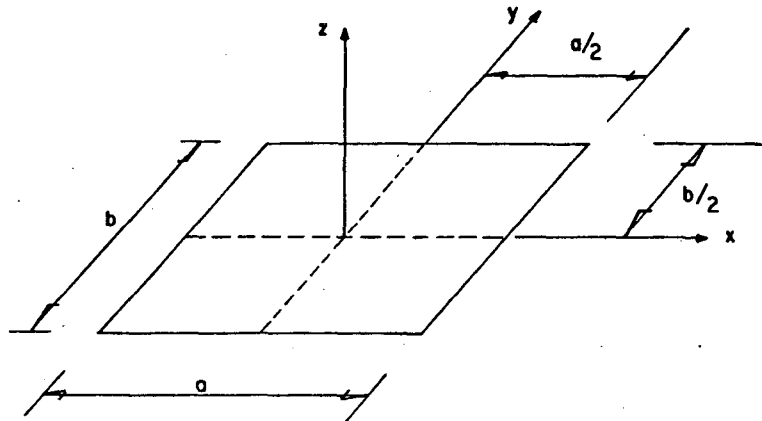


Figura 3.1 - Coordenadas da placa.

De forma análoga à definição de que a transformada de Fourier de uma função no tempo fornece esta mesma função no domínio da frequência, tem-se que a transformada de Fourier da função de propagação de uma onda no espaço fornecerá esta função no domínio do número de onda (k). A pressão do fluido e a velocidade de vibração da placa podem ser representados no domínio do número de onda por:

$$v(k_x, k_y) = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} v(x, y) \exp(-jk_x x) \exp(-jk_y y) dx dy \quad (3.4)$$

$$p(k_x, k_y) = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} p(x, y, z) \exp(-jk_x x) \exp(-jk_y y)$$

$$\exp\left(-j \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2} z\right) dx dy$$

A equação do movimento de vibração livre de uma placa finita é escrita em termos do número de onda da placa (k_p) como [43]:

$$\left[\left(\nabla_{x,y}^2 + k_p^2 \right) \left(\nabla_{x,y}^2 - k_p^2 \right) \right] v(x,y) = L(x,y) \quad (3.5)$$

onde: $L(x,y)$ - é um termo que representa a presença dos limites da placa e, portanto, as reflexões e outras dispersões da onda que se propaga nesta placa.

Aplicando a transformada de Fourier nos dois lados da equação 3.5, tem-se que:

$$\left| v(k_x, k_y) \right|^2 = \left| L(k_x, k_y) \right|^2 / \left[(k^2 + k_p^2)^2 (k^2 - k_p^2)^2 \right] \quad (3.6)$$

onde: $L(k_x, k_y)$ - é a transformada de Fourier de $L(x,y)$

Analisando-se agora a onda acústica que se propaga no meio fluido (neste caso o ar) ela deve satisfazer a equação de propagação de ondas em fluidos [44]:

$$(\nabla^2 + k_0^2) p(x,y,z) = 0 \quad (3.7)$$

onde: k_0 - é o número de onda no fluido $= 2\pi f_c / c_0$

Para relacionar a pressão do fluido e a velocidade na placa, pode-se tomar a velocidade de partícula do fluido na direção z igual à velocidade de vibração da placa no ponto $z = 0$. Assim:

$$v(x,y) = \frac{-1}{j\omega\rho_0} \left(\frac{\partial p(x,y,z)}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (3.8)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier nos dois lados da expressão (3.8), obtém-se:

$$p(k_x, k_y) = v(k_x, k_y) \rho_0 c_0 k_0 / \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (3.9)$$

Substituindo-se 3.4 e 3.9 em 3.3 segue-se que [45]:

$$W_{\text{rad}} = \frac{1}{8\pi^2} \rho_0 c_0 k_0 \text{Re} \left[\int_{-k_0}^{k_0} \int_{-\sqrt{k_0^2 - k_x^2}}^{\sqrt{k_0^2 - k_x^2}} \frac{|v(k_x, k_y)|^2}{\sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}} dk_x dk_y \right] \quad (3.10)$$

Desta forma, se for conhecida a transformada de Fourier da velocidade de superfície da placa, a potência irradiada por esta placa pode ser determinada. Supondo então que a velocidade e o momento sejam nulos nos contornos da placa, ou seja, que a placa está apoiada nas quatro bordas, a seguinte distribuição da velocidade de vibração pode ser assumida para a placa:

$$v(x, y) = v_{mn} \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \quad (3.11)$$

onde: v_{mn} - amplitude máxima da velocidade

$$\begin{cases} -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ -\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2} \end{cases}, \text{ conforme fig. 3.1}$$

Expressando 3.11 em termos do número de onda e aplicando em 3.10, determina-se a potência irradiada para este caso. Substituindo esta potência irradiada na definição da eficiência de irradiação (equação 3.1), obtém-se [20]:

$$\sigma_{\text{rad}} = \left(\frac{64 k_0^2 ab}{\pi^2} \right) \int_0^1 I_x I_y d\beta \quad (3.12)$$

onde:
$$I_x = \left[\frac{(k_x/k_0)^2}{k_0^2} \right] \frac{\cos^2 \left(\frac{1}{2} \beta k_0 b \right)}{\left(\beta^2 - \left(k_x/k_0 \right)^2 \right)^2}$$

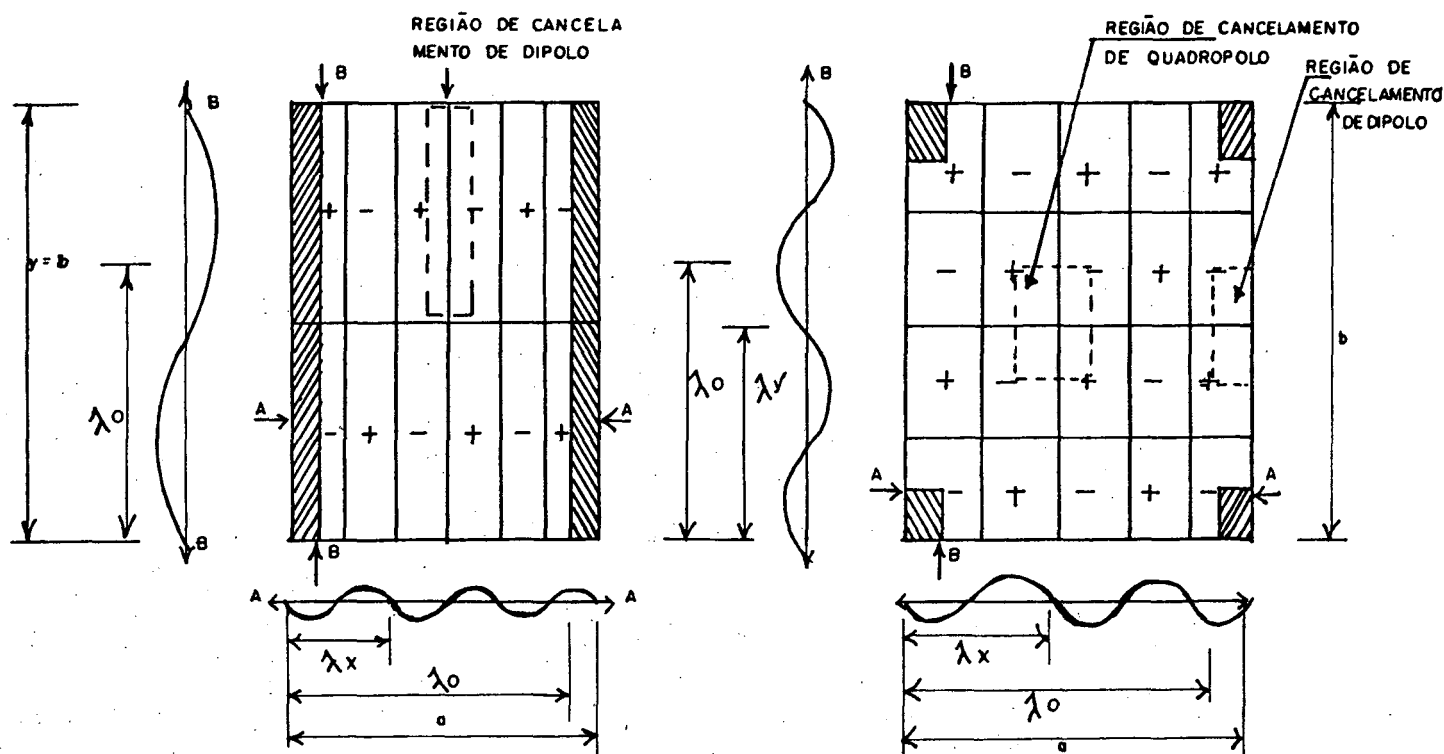
$$I_y = \frac{\left(k_y/k_0 \right)^2}{k_0^2} \cdot \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \left(\frac{1}{2} \alpha k_0 a \sin \theta \right)}{\left[\left(k_y/k_0 \right)^2 - \left(\alpha \sin \theta \right)^2 \right]^2} d\theta$$

$$\alpha^2 = f/f_{\text{CR}}$$

$$\beta^2 = 1 - \alpha^2$$

Nas expressões acima \cos^2 ou \sin^2 são escolhidos em função do modo ser par ou ímpar, respectivamente. Uma solução aproximada para a equação 3.12 é apresentada com detalhes por Maidanik [20] em função do valor relativo entre k_x , k_y , k_0 , a e b . No entanto, uma expressão única para a eficiência de irradiação pode ser obtida para certas condições. Por exemplo, a irradiação sonora abaixo da frequência crítica é realizada através de três maneiras distintas apresentadas na Fig. 3.2.

Assumindo uma forma senoidal para as ondas de flexão que se propagam nas direções x e y de uma placa, pode-se dividir esta placa em células positivas e negativas. Da velocidade volumétrica de cada uma dessas células verifica-se que ocorre um cancelamento dessa velocidade para células adjacentes em termos de dipolos ou quadropolos. Dessa forma, a única região em que não haverá este cancelamento será um retângulo de largura $\lambda_x/4$ e comprimento b nas bordas da placa.



a. modo de fita
(direção y)

b. modo de canto

Figura 3.2 - Formas de irradiação abaixo da frequência crítica [64].

Essa região não cancelada irá atuar como um irradiador de onda estacionária nas frequências onde o comprimento de onda na direção y (λ_y) for maior que o comprimento de onda no fluido (λ_0). Assim sendo, conclue-se que esta região atua como um irradiador em forma de fita na direção y. Semelhantemente, pode-se determinar o modo de fita na direção x.

Já os modos de canto, que são apresentados na Fig. 3.2.b, são menos eficientes que os modos de fita, pois apresentam pequenas áreas de irradiação.

Como é muito difícil de definir os modos que irão gerar uma específica forma de irradiação sonora, supõe-se uma equipartição de energia entre os modos. Esta suposição de equipartição de energia é válida quando se analisa faixas de frequência com um razoável número de modos (ou razoável densidade modal).

Partindo-se desta suposição pode-se então tomar, com base em 3.12, as expressões para a eficiência de irradiação dos três modos de irradiação abaixo da frequência crítica (modos de fita em x e y, e modos de canto). Utilizando o fato de que a velocidade média quadrática deve ser igual para os três casos, obtém-se [20]:

$$\sigma_{\text{rad}} = \begin{cases} \cong \left(\frac{c_0^2}{f_{\text{CR}}^2 \cdot S_p} \right) \cdot g_1(\alpha) + \left(\frac{P \cdot c_0}{S_p \cdot f_{\text{CR}}} \right) \cdot g_2(\alpha), & f < f_{\text{CR}} \\ \cong \left(\frac{a \cdot f_{\text{CR}}}{c_0} \right)^{1/2} + \left(\frac{b \cdot f_{\text{CR}}}{c_0} \right)^{1/2}, & f = f_{\text{CR}} \\ \cong \left(1 - \frac{f_{\text{CR}}}{f} \right)^{-1/2}, & f > f_{\text{CR}} \end{cases} \quad (3.13)$$

onde: $\alpha = f/f_{\text{CR}}$

P é o perímetro da placa

$$g_1(\alpha) = \begin{cases} \frac{8}{\pi^4} \cdot \frac{(1 - 2\alpha^2)}{\alpha(1 - \alpha^2)^{1/2}}, & f \leq f_{\text{CR}}/2 \\ 0, & f > f_{\text{CR}}/2 \end{cases}$$

$$g_2(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \left[\frac{(1-\alpha^2) \text{LN} [(1+\alpha)/(1-\alpha)] + 2\alpha}{(1-\alpha^2)^{3/2}} \right]$$

Os resultados da expressão 3.13 aplicam-se para placas vibrando em flexão apoiadas nos quatros lados. A outra condição de contorno limítrofe é a condição de engaste nos quatro lados. Para esta condição a ref. [20] mostra que a expressão para a eficiência de irradiação abaixo da frequência crítica deve ser multiplicada por um fator de 2. No entanto, num trabalho mais recente,

Timmel [63] utilizou técnicas de elementos finitos para calcular a distribuição de velocidade ao longo da superfície da placa e sugeriu que este valor não é 2 e sim, $\left(f_{CR}/f\right)^{\frac{10 c_0}{f_{CR} \cdot P}}$. De qualquer forma, os resultados para todas as outras condições de contorno devem se situar dentro do intervalo limitado pelos valores para estas duas condições.

Ainda segundo Maidanik [20] o efeito da presença de enrigecedores ao longo da placa é de produzir painéis menores que irão irradiar independentemente. Portanto, no caso da utilização da expressão 3.13 o perímetro a ser utilizado é duas vezes o comprimento dos enrigecedores mais o perímetro original do painel, ou seja, a soma dos perímetros de todos os sub-painéis. Dessa forma basta multiplicar os resultados da expressão 3.13 para $f < f_{CR}$ por um fator igual a $(2 L_{ENR} + P)/P$, onde L_{ENR} é o comprimento dos enrigecedores, para se levar em conta a existência de enrigecedores na placa.

3.2. DENSIDADE MODAL

A densidade modal é definida pela razão entre o número de modos de vibração de uma estrutura em uma banda de frequência e a largura desta banda. Este parâmetro é muito importante na predição da resposta estrutural pois ele informa quantos modos ressonantes estão presentes para armazenar energia no subsistema em análise.

Assim como os outros parâmetros do método, também a densidade modal se apoia em determinações teóricas e experimentais. No entanto, a variedade de tipos de subsistemas com expressões analíticas conhecidas é muito maior para a densidade modal do que para os outros parâmetros.

3.2.1. Relação entre a densidade modal e a mobilidade pontual

Utilizando o método dos modos normais (ref. [46]), o deslocamento de

um modo R em um ponto x_1 de uma placa contínua vibrando sob a ação de forças aleatórias pode ser escrito como:

$$w_R(x_1, t) = q_R(t) \psi_R(x_1) \quad (3.14)$$

onde: $q_R(t)$ é a coordenada generalizada R

$\psi_R(x_1)$ é o valor do modo normal R no ponto x_1

Sob a ação de uma força generalizada $L_R(t)$ a coordenada generalizada $q_R(t)$ tem amplitude definida por [47]:

$$q_R(t) = \frac{L_R(t)}{M_R(\omega_R^2 - \omega^2 + j\eta_R \omega^2)} = \frac{L_R(t)}{M_R} (X_R - j Y_R) \quad (3.15)$$

onde o índice R é referente aos parâmetros do modo normal R.

Aplicando a transformada de Fourier em $w_R(x_1, t)$ decorre de 3.14 que:

$$w(j\omega) = \sum_{R=1}^{\infty} L_R(j\omega) \frac{\psi_R(x)}{M_R} (X_R - j Y_R) \quad (3.16)$$

onde $L_R(j\omega)$ é a transformada de Fourier de $L_R(t)$.

Supondo que a força $L_R(t)$ que atua sobre a estrutura seja totalmente aleatória e de espectro constante, a densidade espectral bilateral $S_w(\omega)$ do deslocamento $w(x, t)$ é dada por [47]:

$$S_w(\omega) = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{\pi}{t_0} |w(j\omega)|^2 \quad (3.17)$$

Substituindo 3.16 em 3.17 segue-se que:

$$S_w(\omega) = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{\pi}{t_0} \sum_{R=1}^{\infty} L_R(j\omega) \frac{\psi_R(x)}{M_R} (X_R - j Y_R) \sum_{R=1}^{\infty} L_R^*(j\omega) \frac{\psi_R(x)}{M_R} (X_R + j Y_R) \quad (3.18)$$

onde: $L_R^*(j\omega)$ é o complexo conjugado de $L_R(j\omega)$

Calculando o limite da expressão 3.18 e operando as multiplicações indicadas, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 S_w(\omega) = & \sum_{R=1}^{\infty} \frac{\psi_R^2(x)}{M_R^2} (X_R^2 + Y_R^2) \int_A \psi_R(x_1) \int_A \psi_R(x_2) S_L(x_1, x_2, \omega) dA dA + \\
 & + \sum_{R=1}^{\infty} \sum_{S=1}^{\infty} \frac{\psi_R(x)}{M_R} \frac{\psi_S(x)}{M_S} (X_R - jY_R)(X_S + jY_S) \int_A \psi_R(x_1) \int_A \psi_S(x_2) S_L(x_1, x_2, \omega) dA dA
 \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde: x_1 e x_2 são variáveis auxiliares de integração;

A é a área da placa.

Supondo que os modos da placa analisada são fracamente amortecidos então os termos cruzados da expressão 3.19 podem ser desprezados. Como a força que atua sobre a estrutura é pontual e está aplicada no ponto x_p então [47]:

$$S_L(x_1, x_2, \omega) = S_L(\omega) \delta(x_1 - x_p) \delta(x_2 - x_p) \quad (3.20)$$

onde: $\delta(x_1 - x_p)$ é a função delta de Dirac;

$S_L(\omega)$ é a densidade espectral bilateral da força.

Substituindo 3.20 em 3.19 e desprezando os termos cruzados, obtém-se:

$$S_w(\omega) = \sum_{R=1}^{\infty} \frac{\psi_R^2(x)}{M_R^2} (X_R^2 + Y_R^2) S_L(\omega) \int_A \int_A \psi_R(x_1) \psi_R(x_2) \delta(x_2 - x_p) \delta(x_1 - x_p) dx_1 dx_2 \quad (3.21)$$

O deslocamento médio quadrático pode ser obtido da densidade espectral

bilateral desse deslocamento através da seguinte expressão:

$$\langle w^2(t) \rangle_t = \int_{-\infty}^{\infty} S_w(\omega) d\omega \quad (3.22)$$

Utilizando a relação 3.22 e integrando cada modo da expressão 3.21 separadamente, obtém-se:

$$\langle w^2(t) \rangle_t = \sum_{R=1}^{\infty} \frac{\pi}{\omega_R^3 \eta_R} \frac{\psi_R^2(x)}{M_R^2} S_L(\omega) \int_A \int_A \psi_R(x_1) \psi_R(x_2) \delta(x_1 - x_p) \delta(x_2 - x_p) dx_1 dx_2 \quad (3.23)$$

Supondo que o deslocamento médio quadrático ($w^2(t)$) seja determinado em um ponto x_1 , pode-se escrever que:

$$\langle w^2(t) \rangle_t = \sum_{R=1}^{\infty} \frac{\pi}{\omega_R^3 \eta_R} \frac{\psi_R^2(x_1)}{M_R^2} S_L(\omega) \left[\int_A \psi_R(x_1) \delta(x_1 - x_p) dx_1 \right]^2 \quad (3.24)$$

e dessa forma,

$$\langle w^2(t) \rangle_t = \sum_{R=1}^{\infty} \frac{\pi}{\omega_R^3 \eta_R} \frac{S_L(\omega)}{M_R^2} \psi_R^2(x_1) \psi_R^2(x_p) \quad (3.25)$$

Escrevendo-se 3.25 em termos da frequência f_R e da velocidade média quadrática ($v^2(t)$), obtém-se:

$$\langle v^2(t) \rangle_t = \sum_{R=1}^N \frac{S_L(f_R)}{4\pi f_R \eta_R} \frac{\psi_R^2(x_1) \psi_R^2(x_p)}{M_R^2} \quad (3.26)$$

Integrando-se um único modo R da expressão 3.26 sobre toda a área da estrutura através da variação separada da posição da força (x_p) e do deslocamento (x_1), determina-se a velocidade média desse modo ao longo da superfície da placa. Assim:

$$\langle\langle\langle v_R^2(t) \rangle\rangle\rangle_{t, x_1, x_p} = \frac{S_L(f_R)}{4\pi f_R \eta_R \cdot M^2} \quad (3.27)$$

A expressão acima é válida para placas com distribuição de massa uniforme, onde:

$$M_R = \int_A \rho_L \cdot \psi_R^2(x) dA = \rho_L \int_A \psi_R^2(x) dA \quad \text{e} \quad M = \rho_L \cdot A$$

A velocidade média quadrática $\langle v^2(t) \rangle$ em uma banda de frequência ($f_2 - f_1$) pode ser determinada a partir do somatório das velocidades de todos os modos dessa banda (equação 3.27). Escrevendo esse somatório em termos de valores médios, segue-se que:

$$\langle\langle\langle v^2(t) \rangle\rangle\rangle = n(f_c)(f_2 - f_1) G(f_c) / (8\pi f_c \eta M^2) \quad (3.28)$$

onde: $G(f_c)$ é a densidade espectral unilateral constante na banda de frequência central f_c

η é o valor médio do fator de perda na banda de frequência ($f_2 - f_1$)

A força média quadrática nessa mesma banda é fornecida por [48]:

$$\langle F^2(t) \rangle_t = (f_2 - f_1) G(f_c) \quad (3.29)$$

Substituindo 3.29 em 3.28 segue-se que:

$$\langle\langle\langle v^2(t) \rangle\rangle\rangle = \frac{1}{4\pi M^2} \frac{n(f) \cdot \langle F^2(t) \rangle_t}{2 f_0 \eta} \quad (3.30)$$

Da expressão 3.68 tem-se que a potência média introduzida por uma

fonte pontual em uma dada estrutura é:

$$W^e = \langle F^2(t) \rangle_t \cdot \langle \text{Re}[Y] \rangle \quad (3.31)$$

onde: $\text{Re}[Y]$ é a parte real da mobilidade pontual

Igualando a expressão 2.9, que fornece a potência média dissipada por um subsistema, com a potência introduzida neste mesmo subsistema (equação 3.31) e substituindo as expressões 3.30 e 2.18 nesta relação, obtém-se que:

$$n(f) = 4 M \langle \text{Re} [Y] \rangle \quad (3.32)$$

Tal resultado é muito importante na obtenção experimental da densidade modal.

3.2.2. Densidade modal de uma placa plana

A equação de movimento de vibração livre de uma placa finita vibrando em flexão pode ser escrita em termos do número de onda de flexão na placa (k_p) na seguinte forma [43]:

$$[\nabla^2 - k_p^2][\nabla^2 + k_p^2] \hat{w} = 0 \quad (3.33)$$

onde: \hat{w} é o fasor deslocamento

Demonstra-se que a solução da equação 3.33 em termos de amplitude de deslocamento no ponto de excitação da placa é fornecida por [41]:

$$\hat{w} = \hat{w}_0 \left[H_0^2(k_p r) - H_0^2(-j k_p r) \right] \quad (3.34)$$

onde: $H_0^2(k_p r)$ é a função Hankel de segunda ordem
 r representa a distância do ponto de excitação

Supondo que a força de excitação \hat{F}_0 atue no centro de um pequeno círculo de raio r_0 , pode-se representar a força cortante (Q_R) nesse círculo em coordenadas cilíndricas por [41]:

$$Q_R = \frac{E I'}{(1-\mu^2)} \frac{\partial \nabla^2 w}{\partial r} \quad (3.35)$$

onde: $I' = h^3/12$ para uma placa fina
 E é o módulo de elasticidade do material
 μ é o coeficiente de Poisson

Substituindo 3.34 em 3.35 pode-se determinar a força cortante que atua por unidade de comprimento da circunferência de raio r_0 :

$$\hat{Q}_{R0} = j \frac{4 E I'}{(1-\mu^2)} \frac{k_p^2}{\pi r_0} \hat{w}_0 \quad (3.36)$$

Do balanço de forças no círculo de raio r_0 , obtém-se que a força de excitação é igual a força de cisalhamento total que atua no círculo de raio r_0 . Portanto, pode-se escrever que:

$$\hat{F}_0 = 2\pi r_0 \hat{Q}_{R0} \quad (3.37)$$

A impedância (Z) de uma estrutura é definida [48] como uma função resposta em frequência obtida da razão entre a força e a velocidade. Dessa forma, a impedância pontual no ponto de excitação da placa pode ser determinada em função das expressões 3.36 e 3.37. Assim:

$$\hat{Z} = \frac{\hat{F}_0}{\hat{v}_0} = \frac{8}{\hat{v}_0} \cdot j \frac{E I'}{(1-\mu^2)} k_p^2 \hat{w}_0 \quad (3.38)$$

A velocidade no ponto de excitação está relacionada com o deslocamento por $\hat{v}_0 = j \omega \hat{w}_0$. Segue-se, então, de 3.38 que:

$$Z = \frac{8}{\omega} \frac{E I'}{(1-\mu^2)} k_p^2 \quad (3.39)$$

Para o caso de uma placa plana fina e homogênea, as seguintes relações são válidas [41]:

$$k_p = \frac{\omega}{c_B} ; c_B = \sqrt{1,8 c_L \cdot h \cdot f} ; c_L = \sqrt{\frac{E}{(1-\mu^2) \rho}} \quad (3.40)$$

onde: c_B é a velocidade de onda de flexão

ρ é a densidade do material da placa

Substituindo as relações 3.40 em 3.39 e operando algebricamente, obtém-se a impedância pontual de uma placa finita:

$$Z = 2,3 c_L \rho h^2 \quad (3.41)$$

Sabendo-se que a mobilidade é o inverso da impedância e substituindo 3.41 em 3.32, determina-se finalmente que:

$$n(f) \cong \frac{\sqrt{3} \cdot S}{c_L h} \quad (3.42)$$

3.2.3. Densidade modal de uma cavidade tridimensional

Em um sistema tridimensional de eixos onde as coordenadas correspondem aos números de onda de uma cavidade tridimensional, considere-se a região na qual k_x, k_y e $k_z \geq 0$, com número total de pontos $N(f)$ e com distância radial menor que ω/c (Fig. 3.3). Cada ponto é representado neste espaço pelas coordenadas $(n_x \pi/L_x, n_y \pi/L_y, n_z \pi/L_z)$, e está localizado dentro de um hexaedro retangular $(\pi/L_x, \pi/L_y, \pi/L_z)$ com volume π^3/V . Neste item, o índice que indica que um certo parâmetro é relativo ao meio fluido está subentendido para facilitar o desenvolvimento das equações.

O número total dos volumes elementares cujos pontos centrais satisfazem as condições acima, corresponde ao número total de modos da cavidade numa largura de banda $\Delta f = f$. O volume total dessa região será dado, com boa aproximação, pela soma dos volumes das seguintes regiões:

1 - Octante com raio ω/c e com volume $V_1 = \frac{\pi}{6} \left(\frac{\omega}{c} \right)^3$;

2 - Três placas finas de 3/4 de círculo com raio ω/c e espessuras $\pi/2L_x, \pi/2L_y$ e $\pi/2L_z$ com volume V_2 dado por:

$$\begin{aligned} V_2 &= \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\pi}{4} R^2 \cdot h \right) = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \left(\frac{\pi}{2L_x} \right) + \frac{\pi}{4} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \left(\frac{\pi}{2L_y} \right) + \frac{\pi}{4} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \left(\frac{\pi}{2L_z} \right) = \\ &= \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \left[\frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} + \frac{1}{L_z} \right] \end{aligned}$$

3 - Três colunas retangulares de comprimento ω/c e área seccional $\frac{1}{4} \pi^2/L_x L_z, \frac{1}{4} \pi^2/L_y L_z$ e $\frac{1}{4} \pi^2/L_x L_y$, respectivamente, e com volume V_3 igual a:

$$\begin{aligned} V_3 &= \sum_{i=1}^3 (l \cdot S) = \frac{\pi^2}{4 L_x L_z} \left(\frac{\omega}{c} \right) + \frac{\pi^2}{4 L_y L_z} \left(\frac{\omega}{c} \right) + \frac{\pi^2}{4 L_x L_y} \left(\frac{\omega}{c} \right) = \\ &= \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{\omega}{c} \right) \left[\frac{1}{L_x L_z} + \frac{1}{L_y L_z} + \frac{1}{L_x L_y} \right] \end{aligned}$$

4 - Uma região com volume $V_4 = \frac{1}{8} \pi^3 / L_x L_y L_z$

Somando os volumes V_1, V_2, V_3, V_4 e dividindo pelo volume do hexaedro retangular, obtém-se o número total de modos nesta região:

$$N(\omega) = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{\pi^3 / V} = \frac{L_x L_y L_z}{6\pi^2} \left(\frac{\omega}{c} \right)^3 + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \left(L_y L_z + L_x L_z + L_x L_y \right) + \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\omega}{c} \right) \left(L_x + L_y + L_z \right) + \frac{1}{8} \quad (3.43)$$

Tomando $V = L_x L_y L_z$, $S = 2(L_x L_y + L_x L_z + L_y L_z)$ e $L_T = 4(L_x + L_y + L_z)$ tem-se que:

$$N(\omega) = \frac{V}{6\pi^2} \left(\frac{\omega}{c} \right)^3 + \frac{S}{16\pi} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 + \frac{L_T}{16\pi} \left(\frac{\omega}{c} \right) + \frac{1}{8} \quad (3.44)$$

Expressando 3.44 em termos da frequência f , a densidade modal pode ser escrita como:

$$n(f) = \frac{dN(f)}{df} = \frac{d}{df} \left(\frac{4\pi}{3} V \left(\frac{f}{c} \right)^3 + \frac{\pi}{4} S \left(\frac{f}{c} \right)^2 + \frac{L_T}{8} \left(\frac{f}{c} \right) + \frac{1}{8} \right) = \frac{4\pi V f^2}{c^3} + \frac{\pi S f}{2c^2} + \frac{L_T}{8c} \quad (3.45)$$

Muitas vezes somente o primeiro termo da equação 3.45 é utilizado como aproximação para a densidade modal de cavidades tridimensionais.

3.3. FATOR DE ACOPLAMENTO

O fator de acoplamento representa a fração de energia dissipada em um subsistema devido ao acoplamento com outro subsistema. Para uma estrutura formada por placas e cavidade acústicas dois acoplamentos principais podem

ocorrer. São eles:

- acoplamento entre duas placas;
- acoplamento entre placa e cavidade acústica.

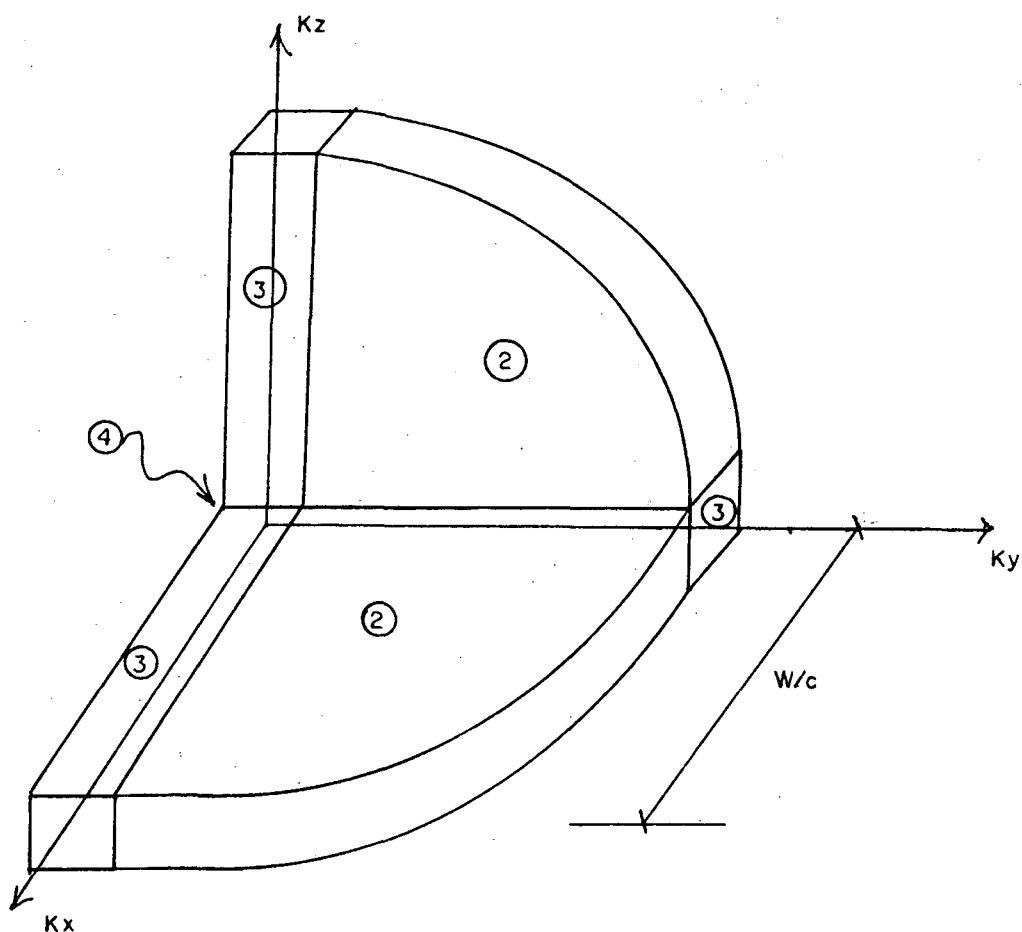


Figura 3.3 - Região do espaço (k_x, k_y, k_z) para o cálculo da densidade modal (ref. [71]).

3.3.1. Acoplamento entre placa e cavidade acústica

O acoplamento entre uma placa plana e uma cavidade acústica pode ser determinado através da equação básica da SEA para dois grupos de modos acoplados (equação 2.16). Para tanto, basta determinar a energia cinética dos modos acústicos (\bar{T}_c) e a energia cinética dos modos de vibração da placa (\bar{T}_p).

A energia cinética média de um modo acústico de uma cavidade pode ser obtida substituindo o primeiro termo de 3.45 e 2.18 na relação abaixo:

$$\bar{T}_c = \frac{E_c}{2 N_c} = \frac{c_0}{\rho_0 8\pi f_c^2} \cdot \frac{\langle p^2 \rangle}{\Delta f} \quad (3.46)$$

onde: $\langle p^2 \rangle$ é a pressão sonora quadrática média espacial

Da mesma forma, a energia cinética média de um modo de vibração de uma placa pode ser obtida substituindo 3.42 na relação a seguir:

$$\bar{T}_p = \frac{1}{2} \frac{M \langle v^2 \rangle}{N_p} = \frac{1}{2} \frac{M \langle a^2 \rangle}{4\pi^2 f_c^2 \cdot n_p \cdot \Delta f} \quad (3.47)$$

onde: $\langle a^2 \rangle$ é a aceleração quadrática média espacial

Supondo que o subsistema estrutural placa é o subsistema excitado, a equação básica da SEA (equação 2.16) pode ser escrita na seguinte forma:

$$\frac{\bar{T}_c}{\bar{T}_p} = \frac{\eta_{cp}}{\eta_{cp} + \eta_c} \quad (3.48)$$

onde: η_{cp} é o fator de acoplamento cavidade-placa

Substituindo 3.46 e 3.47 em 3.48, determina-se a seguinte relação entre a pressão sonora média quadrática e a aceleração média quadrática:

$$\frac{\langle p^2 \rangle}{\langle a^2 \rangle} = \frac{\rho_0 \cdot M}{c_0 n_p \pi} \cdot \frac{\eta_{cp}}{\eta_{cp} + \eta_c} \quad (3.49)$$

Da ref. [49] pode-se obter uma outra relação entre a pressão sonora e a aceleração da estrutura:

$$\frac{\langle p^2 \rangle}{\langle a^2 \rangle} = \frac{\rho_0 \cdot R_{pc}}{2\pi^2 c_0 f_c n_c \eta_c} \quad (3.50)$$

onde: R_{pc} é a resistência de irradiação da placa

Igualando 3.50 a 3.49, obtém-se:

$$M \cdot \frac{n_c}{n_p} \cdot \eta_{cp} = \frac{R_{pc}}{2\pi f_c} \cdot \frac{\eta_{cp} + \eta_c}{\eta_c} \quad (3.51)$$

Para um fraco acoplamento cavidade-estrutura pode-se escrever que $\eta_{cp} \ll \eta_c$. Com esta relação e a propriedade 2.14 decorre de 3.51 que:

$$\eta_{pc} = \frac{R_{pc}}{2\pi f_c M} \quad (3.52)$$

Para o caso do acoplamento entre uma cavidade acústica e uma placa plana, a resistência de irradiação pode ser escrita em função da eficiência de irradiação desta placa [20] e assim:

$$\eta_{pc} = \frac{\rho_0 c_0 S_p}{M \cdot 2\pi f_c} \cdot \sigma_{rad} \quad (3.53)$$

No entanto, esta relação só é válida para o caso em que o comprimento de onda do som é menor que um terço de uma dimensão típica da cavidade.

3.3.2. Acoplamento placa-placa

A análise do acoplamento entre duas placas unidas pode ser realizada utilizando três métodos distintos para representar o fluxo de energia entre as placas: o método modal, o método da impedância de conexão [50] e o método da propagação de onda [3].

No método da propagação de onda [50], consideram-se ondas de um tipo particular (flexão, longitudinal ou cisalhamento) incidindo na união de duas placas acopladas. Essas ondas incidentes irão gerar um particular grupo de onda refletido e outro transmitido, sendo que a potência transferida através da

união depende do ângulo de incidência das ondas.

Supondo que as forças de acoplamento sejam conservativas, pode-se obter o coeficiente de transmissão através da razão entre a potência transmitida e a potência da onda incidente.

Conforme já observado no item 3.1, as ondas de flexão são as principais responsáveis pelo ruído irradiado por placas finas. Assim sendo, em função do princípio da reciprocidade [36], a incidência da energia sonora proveniente de um campo acústico difuso sobre uma placa irá gerar principalmente ondas de flexão nesta placa. Essas ondas de flexão ao incidirem sobre as uniões da estrutura irão gerar outros tipos de ondas, além das de flexão. Para o caso em que a estrutura inteira seja construída de placas finas a energia vibratória gerada por estes outros tipos de ondas será muito pequena em relação a energia que é gerada pelas ondas de flexão. Por placas finas, entenda-se as placas nas quais as espessuras são pequenas em relação aos comprimentos de ondas de flexão analisadas.

Para o caso de ondas de flexão incidindo normalmente a uma união rígida em L de duas placas semi-infinitas de mesmo material, o coeficiente de transmissão entre duas placas é fornecido por [41]:

$$\tau_{12}(0) = 2 \left[X^{-5/4} + X^{5/4} \right]^{-2} \quad (3.54)$$

onde: X é a relação de espessuras $= h_1/h_2$

Tal expressão é obtida das equações de propagação de onda. Supondo que todos os ângulos de incidência são equiprováveis, a ref. [51] apresenta a seguinte expressão para o coeficiente de transmissão médio de ondas de flexão incidindo aleatoriamente em uniões rígidas em L:

$$\tau_{12} = \tau_{12}(0) \cdot \frac{2,754 X}{1+3,24X} \quad (3.55)$$

$$\nu = \frac{C_i L_{ij}}{\pi S_i} \quad (3.58)$$

onde: L_{ij} é o comprimento da união

S_i é a área da placa fonte

C_i é a velocidade do grupo de onda

Substituindo 3.58 em 3.57 obtém-se que:

$$\eta_{ij} = \frac{C_i L_{ij}}{\pi \omega S_i} \cdot \tau_{ij} \quad (3.59)$$

A velocidade do grupo de onda de flexão em placas é fornecido por [41]:

$$C_B = 2 \sqrt{\frac{\omega c_L h^3}{12}} \quad (3.60)$$

Da relação 3.60 decorre que o fator de acoplamento entre duas placas finas devido às ondas de flexão incidentes em uma delas será:

$$\eta_{12} = \left(\frac{2}{\pi} \right) \left(\frac{L}{k S_1} \right) \tau_{12} \quad (3.61)$$

onde: τ_{12} é obtido de 3.55

3.4. FATOR DE PERDA

O fator de perda estrutural de uma placa em vibração aleatória estacionária é definido como a razão entre a energia média dissipada por ciclo de vibração da placa e a energia média total de vibração da placa. Em função

dessa definição, o fator de perda de uma placa pode ser representado por [9]:

$$\eta = \frac{E^d}{2\pi f \cdot E^{tot}} = \frac{E^d}{2\pi f_c \cdot M\langle v^2 \rangle} \quad (3.62)$$

onde: E^d é a energia média dissipada em uma dada banda de frequência

A definição do fator de perda assim apresentada é válida somente para o caso de estruturas levemente amortecidas, nas quais a energia total de vibração não varia muito em um período de oscilação.

Devido à importância dos mecanismos de dissipação de energia nas várias áreas da ciência e dos vários métodos de medição desses mecanismos, existem diversas definições para os parâmetros que medem o amortecimento. Esses vários parâmetros e a sua relação com o fator de perda são apresentados na ref. [3].

Apesar de ser um assunto extensamente estudado [52], [58] não se pode afirmar que exista na literatura uma formulação precisa que descreva o amortecimento de uma placa. No entanto, conforme apresentado no item 4.4, existe um grande número de procedimentos experimentais para a obtenção do amortecimento estrutural.

Os mecanismos de amortecimento estrutural em uma placa se dividem em dois grandes grupos [52]: o amortecimento próprio do material e o amortecimento devido aos mecanismos dissipativos não relacionados ao material da placa.

Os mecanismos internos de amortecimento de placas incluem condução térmica, movimentos relativos entre os contornos de grãos, movimentos moleculares e oscilações de deslocamentos. Normalmente, tais efeitos são fortemente não lineares tornando, assim, muito difícil uma análise detalhada destes mecanismos. Em geral, o que se consegue no máximo são medições do amortecimento de amostras desses materiais [52]. Em vista do fato de que as estruturas metálicas apresentam baixos valores de amortecimento, camadas de

materiais viscoelásticos podem ser adicionados à superfície dessas estruturas de modo a elevar o seu amortecimento global. Esses materiais viscoelásticos apresentam valores de fator de perda bem mais elevados do que aqueles dos metais.

No presente trabalho, fitas de alumínio de 50 mm de largura (marca 3M - mod. 425) foram coladas nas bordas das placas de modo a aumentar o amortecimento próprio destas. Tal procedimento procura fazer com que o valor do fator de perda encontrado nesta estrutura fique próximo àquele que seria encontrado em um satélite formado por placas tipo "honeycomb".

A outra forma de amortecimento em estruturas é devido, principalmente, à dissipação nos pontos de união e juntas [53] e à irradiação sonora (discutida no item 3.1). Devido a esses outros mecanismos, o que se verifica é que o fator de perda de uma placa costuma ser dez vezes maior do que aquele de uma amostra do material da placa [3].

3.5. POTÊNCIA FORNECIDA

A potência fornecida por uma fonte externa a uma certa estrutura pode ser avaliada de duas formas: usando o princípio da reciprocidade (para escoamento turbulento ou campo acústico) e pela impedância de conexão (fontes pontuais).

A potência fornecida por uma força pontual a uma certa estrutura é obtida do produto entre a força e a velocidade no ponto de aplicação do carregamento. Assim:

$$W^e(t) = \langle F(t) \cdot v(t) \rangle_t \quad (3.63)$$

onde: $F(t)$ força no tempo

$v(t)$ velocidade ao longo do tempo

$\langle \rangle_t$ representa a média temporal

Na avaliação prática da expressão acima, muitos erros são introduzidos, principalmente devido a diferença de fase entre os sinais de força e de velocidade. Expressando 3.63 em termos de fasores e efetuando o produto indicado, obtém-se que:

$$W^e = \frac{1}{2} FV [\cos (2\omega t + \varphi_f + \varphi_v) + \cos (\varphi_f - \varphi_v)] \quad (3.64)$$

onde: F é o módulo do fasor \hat{f}

V é o módulo do fasor \hat{v}

φ é a fase

Avaliando-se o valor médio no tempo da expressão 3.64, segue-se que:

$$\langle W^e \rangle_t = \langle F(t) \cdot v(t) \rangle_t = \frac{1}{2} FV \cos (\varphi_f - \varphi_v) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\hat{f} \cdot \hat{v}^*] \quad (3.65)$$

Expressando 3.65 em termos da impedância ($Z = F/v$) no ponto de aplicação da força, obtém-se as seguintes relações:

$$W^e = \frac{1}{2} |F|^2 \cdot \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{Z^*} \right\} = \frac{1}{2} |F|^2 \cdot \operatorname{Re} \left\{ Y \right\} \quad (3.66)$$

onde: $Y = v/F$ é a mobilidade pontual

Derivações similares às realizadas acima levam a [54]:

$$W^e = \frac{1}{2} |V|^2 \cdot \operatorname{Re} \left\{ Z \right\} \quad (3.67)$$

$$W^e = \langle F^2(t) \rangle_t \cdot \operatorname{Re} [Y] = \langle v^2(t) \rangle_t \cdot \operatorname{Re} [Z] \quad (3.68)$$

onde: $\langle F^2(t) \rangle_t$ é o valor médio quadrático da força.

Na prática a potência introduzida em uma dada estrutura pode ser determinada através do uso de uma cabeça de impedância instalada entre o ponto de aplicação da força e o excitador.

Por outro lado, a potência fornecida por um campo acústico difuso a uma certa placa é calculada através do fator de acoplamento placa-cavidade acústica. Supondo a troca de energia entre um grupo de modos acústicos e um grupo de modos de vibração, a potência introduzida pelos modos acústicos na placa pode ser escrita como (equação 2.10):

$$W^e = 2\pi f_c \eta_{cp} \cdot E_c \quad (3.69)$$

Substituindo 2.14 em 3.53, obtém-se que:

$$\eta_{cp} = \eta_{pc} \cdot \frac{n_p}{n_c} = \frac{\rho_0 c_0 S_p}{M \cdot 2\pi f_c} \sigma_{rad} \cdot \frac{n_p}{n_c} \quad (3.70)$$

A energia média espacial de uma cavidade acústica é apresentada na expressão 2.18 na seguinte forma:

$$E_c = \frac{\langle p^2 \rangle V}{\rho_0 c_0^2} \quad (3.71)$$

Substituindo 3.71, 3.70 e 3.45 em 3.69, obtém-se que:

$$W^e = \frac{S_p}{M} \cdot \sigma_{rad} \cdot n_p \cdot \frac{c_0^2}{4\pi f_c^2} \cdot \langle p^2 \rangle \quad (3.72)$$

A expressão acima é a potência média fornecida por um campo acústico difuso a uma placa plana utilizada nos modelos apresentados no Capítulo 5.

CAPÍTULO 4

PARÂMETROS DO MÉTODO: ESTUDO EXPERIMENTAL

4.1. EFICIÊNCIA DE IRRADIAÇÃO

4.1.1. Procedimento Utilizado

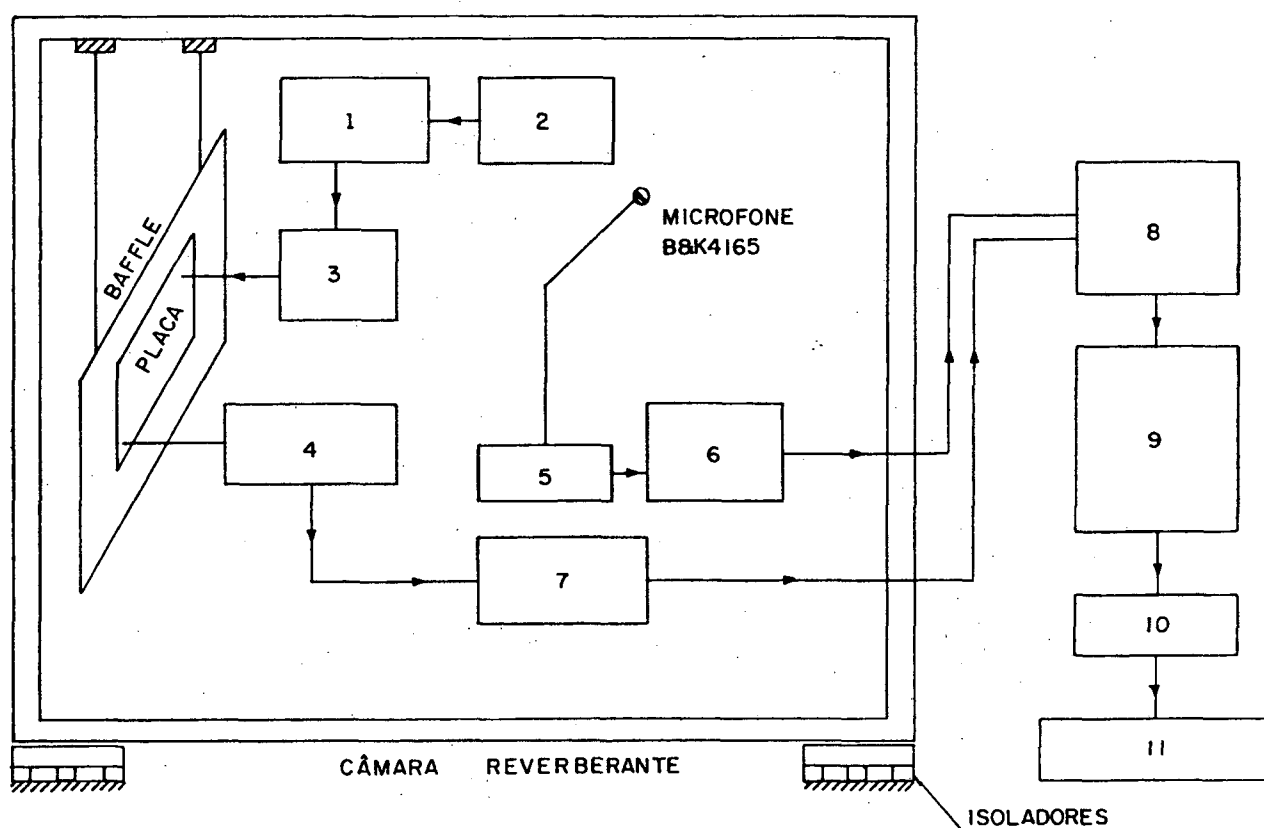
O procedimento utilizado para medição da eficiência de irradiação das placas baseia-se no método de medição da potência sonora por comparação. Um outro procedimento, que calcula a potência sonora através do tempo de reverberação, foi também considerado. No entanto, como este segundo procedimento apresentou resultados menos precisos, optou-se pelo método da comparação.

De forma a minimizar as perdas de energia sonora para o meio externo, o experimento foi montado dentro da câmara reverberante do LVA-UFSC. A fonte sonora de referência utilizada é uma fonte aerodinâmica B&K 4204 cuja potência sonora é conhecida (W_{FON}). A pressão sonora média espacial quadrática ($\langle p_{FON}^2 \rangle$) do campo sonoro gerado pela fonte de referência no interior da câmara reverberante foi medida por um microfone capacitivo de 1/2", montado sobre uma mesa giratória. Tal procedimento garante que os valores medidos sejam estatisticamente independentes para frequências acima de 200 Hz, desde que o número de pontos de medição por revolução do microfone seja igual ou superior a 6 (seis), conforme apresentado na ref. [56].

A placa foi presa na parte interna de um "baffle" suspenso dentro da câmara reverberante e excitada por um pequeno excitador eletrodinâmico alimentado por um ruído branco (ver Fig. 4.1). A pressão sonora ($\langle p^2 \rangle$) gerada dentro da câmara foi medida através do sinal captado por um microfone de 1/2" (capacitivo) fixo na extremidade de uma haste de 1,2 m de comprimento que

descreve uma trajetória circular movimentada por uma mesa giratória (B&K 3922). Pelo método da comparação tem-se que a potência irradiada (W_{rad}) pela placa pode ser determinada através da expressão:

$$W_{rad} = \frac{W_{FON} \cdot \langle p^2 \rangle}{\langle p_{FON}^2 \rangle} \quad (4.1)$$



- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------|
| 1-AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA - B&K2706 | 7-PRÉ-AMPLIFICADOR-B&K2635 |
| 2-GERADOR DE SINAIS - B&K1027 | 8-CONVERSOR AD - HP5466B |
| 3-EXCITADOR ELETRODINÂMICO - B&K | 9-ANALISADOR DE FOURIER-HP5451C |
| 4-ACELERÔMETRO - B&K4375 | 10-IMPRESSORA |
| 5-MESA GIRATÓRIA - B&K3922 | 11-MICROCOMPUTADOR |
| 6-PRÉ-AMPLIFICADOR - B&K2807 | |

Figura 4.1 - Esquema de medição: eficiência de irradiação.

A velocidade média quadrática ($\langle v^2 \rangle$) da placa foi obtida através da média de dez pontos de medição da aceleração distribuídos homogeneamente ao longo da superfície da placa. Optou-se trabalhar com a aceleração pois esta apresenta um sinal mais forte em relação ao ruído elétrico do sistema de medição do que o sinal de velocidade. Tal medição foi realizada com um acelerômetro (B&K 4375) de baixa massa (2,0 gramas) sendo o sinal condicionado por um pré-amplificador (B&K 2635) e processado em um analisador de Fourier (HP 5451C).

Os sinais de aceleração e de pressão sonora foram adquiridos e seus espectros calculados pelo programa "power spectrum" do analisador de Fourier, utilizando-se 2048 pontos e 20 médias. Foi assim obtida a função densidade espectral de potência desses sinais. Com os valores digitalizados de W_{FON} , $\langle p^2 \rangle$, $\langle p_{FON}^2 \rangle$, $\langle a^2 \rangle$, a eficiência de irradiação média em uma banda de frequência foi calculada pela expressão 4.2.

$$\sigma_{rad} = \frac{W_{rad}}{\rho_0 c_0 S_p \langle v^2 \rangle} = \frac{W_{FON} \cdot \langle p^2 \rangle}{\langle p_{FON}^2 \rangle \langle a^2 \rangle} \cdot \frac{4\pi^2 f_c^2}{\rho_0 c_0 S_p} \quad (4.2)$$

onde: $\langle p^2 \rangle$, $\langle a^2 \rangle$, $\langle p_{FON}^2 \rangle$ significam a média espacial do valor do sinal RMS ao quadrado (aceleração ou pressão).

O cálculo foi realizado em bandas de 1/3 de oitava em um software desenvolvido para micro-computador Pc - compatível. Esses resultados foram plotados juntamente com os valores teóricos fornecidos pela expressão 3.13, conforme apresentado nas Figs. 4.2 a 4.5.

4.1.2. Resultados obtidos

Como forma de verificar a precisão do sistema de medição experimental dos parâmetros usados nos modelos SEA do Capítulo 5, as seguintes medições de eficiência de irradiação em faixas de 1/3 oitava foram realizadas:

- placa de aço - $0,50 \times 0,60 \times 0,0015$ m - lisa (Fig. 4.2);
- placa de aço - $0,50 \times 0,60 \times 0,0015$ m - com 2 cantoneiras ($0,02 \times 0,02 \times 0,0015$ m) de $L = 0,55$ m e 2 de $L = 0,45$ m (Fig. 4.3);
- placa de aço - $0,50 \times 0,60 \times 0,0015$ m - com 2 cantoneiras ($0,02 \times 0,02 \times 0,0015$ m) de $L = 0,55$ m (Fig. 4.3);
- placa de aço - $0,60 \times 0,70 \times 0,0015$ m - com 4 cantoneiras ($0,02 \times 0,02 \times 0,0015$ m) nas bordas (Fig. 4.4);
- placa de aço - $1,20 \times 0,60 \times 0,0015$ m - com 1 cantoneira central ($0,02 \times 0,02 \times 0,0015$ m) (Fig. 4.5);
- placa de aço - $1,20 \times 0,60 \times 0,0015$ m - com 3 cantoneiras ($0,02 \times 0,02 \times 0,0015$ m) sendo 1 central e 2 nas bordas (Fig. 4.6).

Da Fig. 4.2 pode-se verificar que a concordância entre os resultados teóricos e os experimentais é muito boa, principalmente acima de 500 Hz, ou seja, a precisão aumenta a medida que a largura da banda de análise aumenta. Isto está coerente com a suposição de equipartição de energia sobre a qual a expressão 3.13 foi deduzida. Na Fig. 4.2 verifica-se ainda uma diferença máxima de 1 dB entre as três medições distintas da eficiência de irradiação, em frequências acima de 630 Hz. Similarmente os outros pares de resultados apresentados nas Figs. 4.3 a 4.6 apresentam a mesma variação.

A Fig. 4.3 apresenta os resultados para a placa da Fig. 4.2 com 4 e 2 cantoneiras colocadas nas bordas e rebitadas em intervalos de 0,1 m. Nota-se que os valores experimentais mostrados nesta figura apresentam um comportamento diferente dos valores teóricos. Essa diferença é consequência do fato de que os valores teóricos aplicam-se para enrigecedores localizados na região central da placa enquanto que nas placas analisadas os enrigecedores estão localizados nas bordas. Uma justificativa para a variação entre os resultados preditos e os medidos fundamenta-se no fato de que os enrigecedores além de mudarem as condições de contorno nas extremidades da placa, podem mudar drasticamente o comportamento da vibração nas bordas. Tal mudança, aliada a

verificação de que a irradiação sonora abaixo da frequência crítica é extremamente dependente do movimento vibratório das bordas da placa, pode modificar o comportamento da curva de irradiação sonora. Essa justificativa é ainda reforçada pela forma similar das curvas das Figs. 4.3, 4.4 e 4.6. No entanto, na Fig. 4.5, que apresenta o resultado para uma placa com um enrigecedor central, verifica-se que desta vez a teoria do item 3.1 e os resultados experimentais apresentam boa concordância.

Comparando os resultados de eficiência de irradiação obtidos por Timmel [63] para placas similares às analisadas, verifica-se uma concordância muito grande entre as curvas desta referência e as Figs. 4.2 e 4.5. Essas curvas apresentam inclusive o mesmo comportamento abaixo da frequência de 800 Hz. Em função dessa observação e das demais verificações relacionadas neste item, pode-se afirmar que o procedimento de medição experimental da eficiência de irradiação é confiável e apresenta boa repetibilidade.

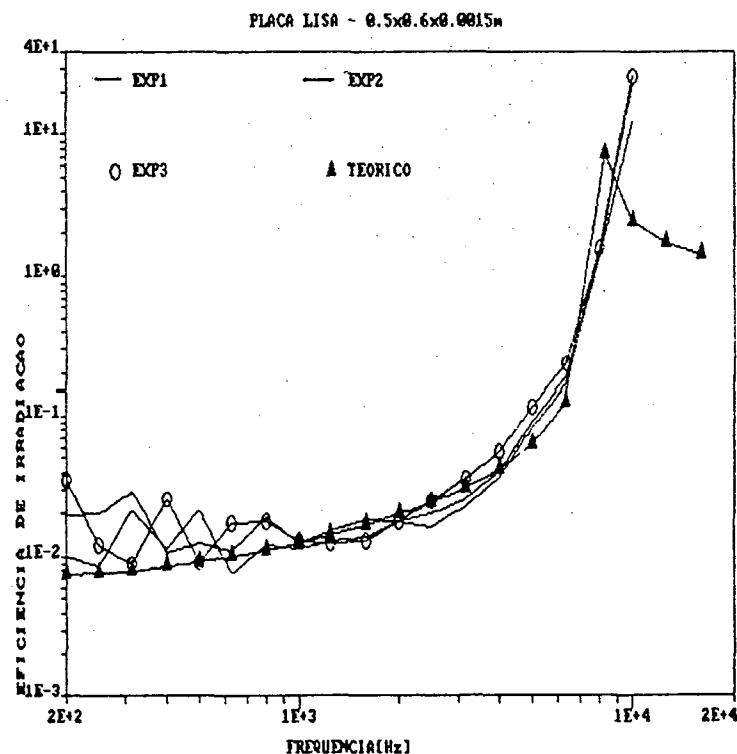


Figura 4.2 - Eficiência de irradiação: placa sem cantoneiras - $0,50 \times 0,60 \times 0,0015$ m.

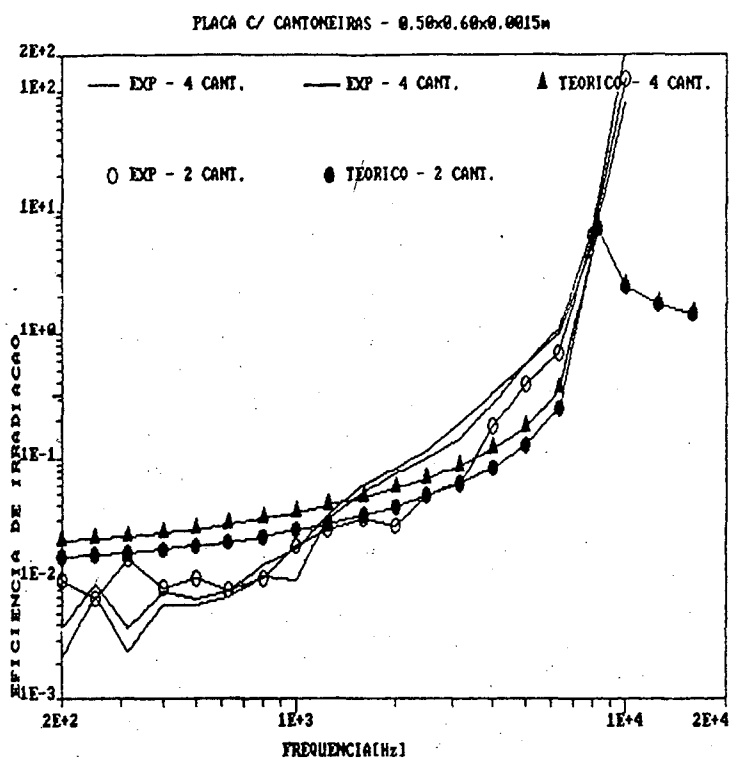


Figura 4.3 - Eficiência de irradiação: placa com cantoneiras - $0,50 \times 0,60 \times 0,0015$ m.

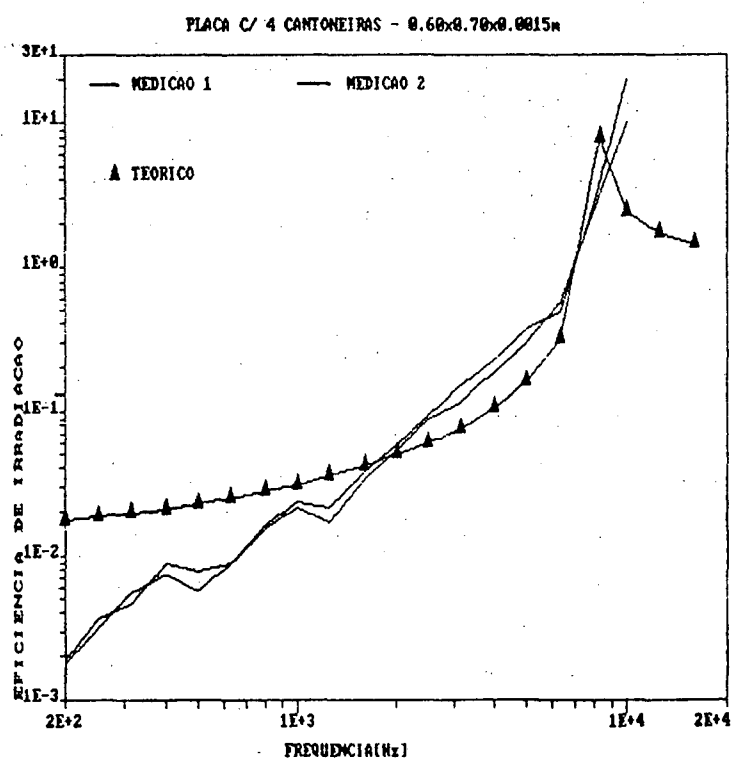


Figura 4.4 - Eficiência de irradiação: placa com 4 cantoneiras - $0,60 \times 0,70 \times 0,0015$ m.

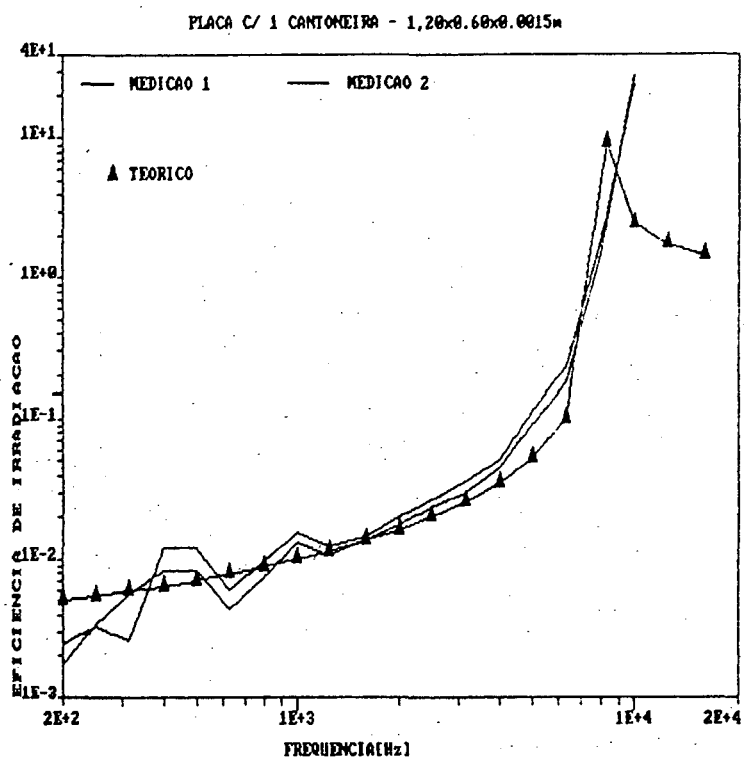


Figura 4.5 - Eficiência de irradiação: placa com 1 cantoneira - 1,20 x 0,60 x 0,0015 m.

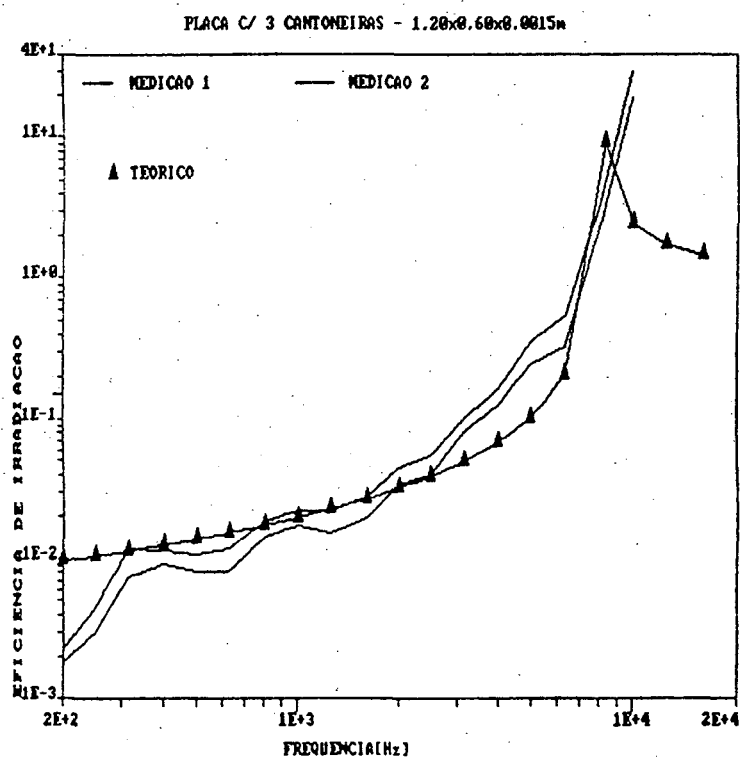


Figura 4.6 - Eficiência de irradiação: placa com 3 cantoneiras - 1,20 x 0,60 x 0,0015 m.

4.2. DENSIDADE MODAL

4.2.1. Procedimento utilizado

Entre os vários métodos propostos para a determinação experimental da densidade modal, o mais simples é o da "contagem" dos modos [57]. Este método consiste simplesmente em excitar a estrutura com uma força senoidal que varia lentamente com a frequência e contar o número de ressonâncias. Apesar da simplicidade, esse método só se aplica para estruturas simples, tipo placa ou viga, que tenham um baixo amortecimento e uma baixa densidade modal facilitando assim a identificação dos modos de vibração. No entanto, para o caso de componentes estruturais que apresentam configurações mais complicadas com alto amortecimento e alta densidade modal, tal método se torna muito impreciso e, até mesmo, impraticável.

Um outro método de determinação, o da mobilidade pontual, é baseado na relação teórica entre a densidade modal e a média espacial da parte real da mobilidade pontual de uma estrutura. Essa relação foi derivada no item 3.2.1 e apresentada na expressão 3.32. Esse método indireto de determinação foi aplicado experimentalmente pela primeira vez por Clarkson e Pope [8] e é atualmente o método mais confiável para a determinação experimental da densidade modal.

No presente trabalho, o método da mobilidade pontual foi aplicado para placas planas de aço. Durante a determinação experimental a placa foi suspensa por dois fios de algodão e excitada pontualmente por um excitador eletrodinâmico. A excitação aplicada é um ruído branco cobrindo a faixa de 20 Hz a 5000 Hz, fornecido por um gerador de sinais (B&K 1027). O sinal de excitação foi amplificado por um amplificador de potência (B&K 2706). Uma cabeça de impedância (B&K 8001) foi parafusada à placa e unida ao excitador através de um arame fino, conforme esquematizado na Fig. 4.7. Essa configuração possibilita que a excitação seja aplicada apenas em uma única direção.

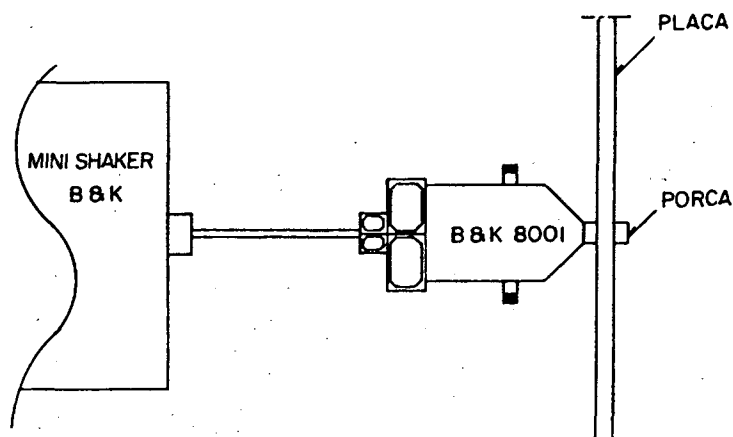
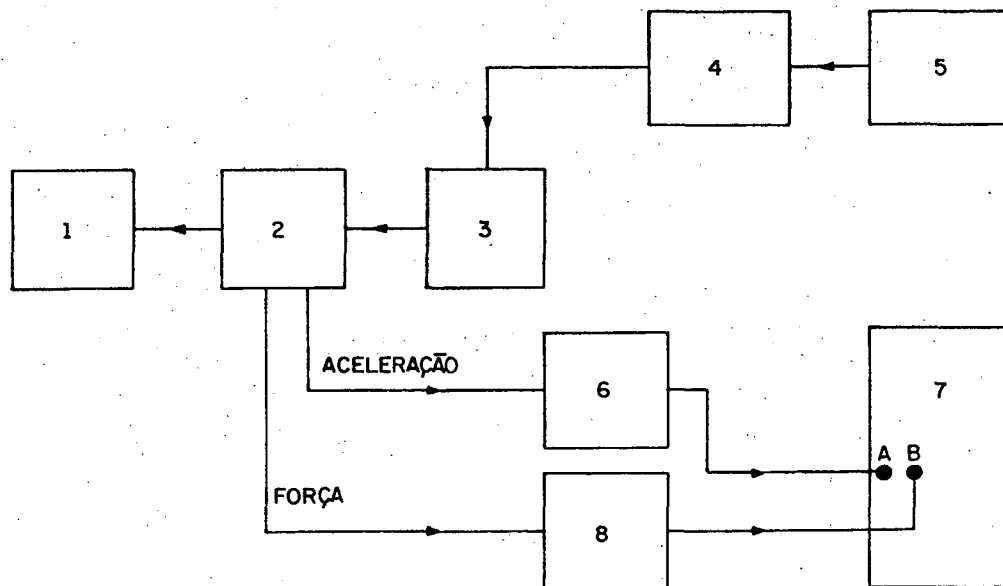


Figura 4.7 - Medição da massa dinâmica do sistema.

Os sinais de força e aceleração obtidos através da cabeça de impedância foram amplificados e adquiridos digitalmente em 2048 pontos através do conversor analógico-digital do analisador de Fourier (HP 5451C). Um esquema da instrumentação utilizada é apresentado na Fig. 4.8.



- | | |
|------------------------------------|---------------------------------|
| 1-PLACA | 5-GERADOR DE SINAIS-B&K1027 |
| 2-CABEÇA DE IMPEDÂNCIA-B&K8001 | 6-PRÉ-AMPLIFICADOR-B&K2635 |
| 3-EXCITADOR ELETRODINÂMICO-B&K | 7-ANALISADOR DE FOURIER-HP5451C |
| 4-AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA-B&K2706 | 8-PRÉ-AMPLIFICADOR-B&K2626 |

Figura 4.8 - Cadeia de medição da densidade modal.

Através do programa "transfer funcion" das teclas pré-programadas do analisador de Fourier, a massa dinâmica (força/aceleração) do sistema (placa + cabeça de impedância) foi determinada. De acordo com o apresentado por Norton e Ronowski [59], um cancelamento de massa deve ser efetuado no caso de excitação pontual de estruturas leves. Esse cancelamento deve ser efetuado pois a massa adicionada no ponto de excitação pode proporcionar uma impedância adicional muito significativa em relação àquela da estrutura que está sendo medida.

Assim sendo, a massa dinâmica do conjunto cabeça de impedância/parafuso/porca foi previamente medida (Fig. 4.9) e subtraída da massa dinâmica do conjunto placa/cabeça de impedância, por um procedimento digital no analisador de Fourier.

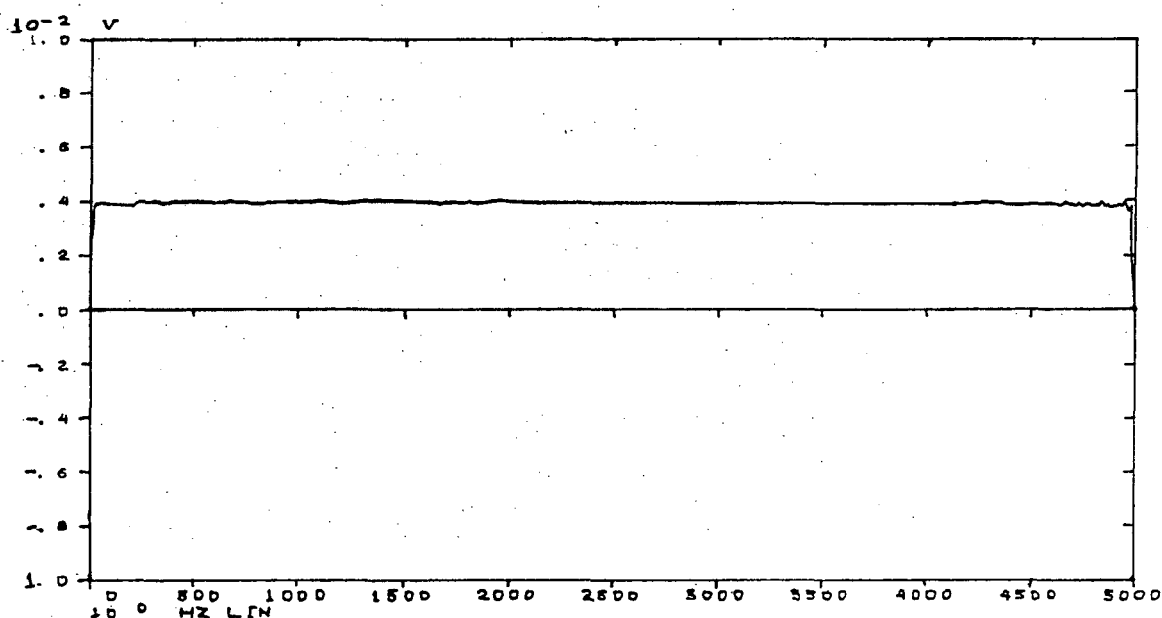


Figura 4.9 - Massa dinâmica do conjunto cabeça/parafuso/porca.

O procedimento apresentado foi repetido para três pontos de excitação ao longo da superfície da placa com o intuito de se determinar a média espacial da parte real da mobilidade pontual. Esse número de pontos foi escolhido devido à verificação de que a média para mais de três pontos de medição não altera

significativamente os resultados da densidade modal. Utilizando a capacidade de programação do analisador, a média da massa dinâmica pontual nos três pontos de excitação foi calculada e, através de uma inversão numérica, a inertância pontual foi obtida. Cada ponto do espectro assim calculado apresenta uma diferença constante de 9,76 Hz.

Com o valor médio da inertância pontual, a densidade modal média por banda de frequência pode ser calculada pela expressão:

$$n(f_c) = \frac{1}{(f_2 - f_1)} \int_{f_1}^{f_2} 4.M \cdot \frac{\langle \text{Im} (In) \rangle}{2\pi f_c} df \quad (4.3)$$

onde: $\langle \text{Im} (In) \rangle$ é a média espacial da parte imaginária da inertância pontual.

As recomendações encontradas na literatura [8] sugerem que as medições sejam realizadas em bandas que contenham no mínimo 8 modos de vibração, para que as predições sejam suficientemente corretas. Sendo assim, no presente trabalho foram utilizadas bandas constantes de 200 Hz na determinação da densidade modal.

Para os resultados da equação 4.3 serem numericamente corretos, a cadeia de medição deve ser corretamente calibrada. Tal calibração foi efetuada através da medição da massa dinâmica da cabeça de impedância sem nada acoplado. Conforme apresentado na Fig. 4.10 essa massa dinâmica apresentou um valor de $2,2 \times 10^{-3}$ V constante ao longo do espectro de frequências. Como o valor fornecido pelo fabricante para a massa da cabeça de impedância é de $2,2 \times 10^{-3}$ kg, então os valores obtidos em Volts correspondem aos valores corretos das funções resposta em frequência.

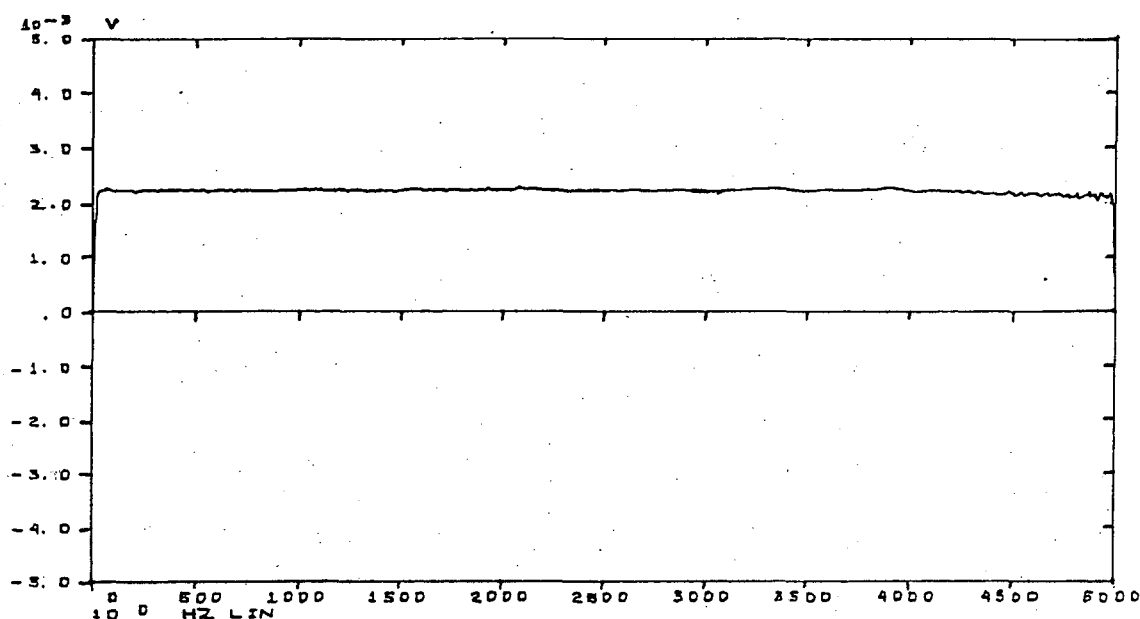


Figura 4.10 - Massa dinâmica da cabeça de impedância.

4.2.2. Resultados obtidos

Utilizando o procedimento descrito no item 4.2.1, a densidade modal de placas planas de aço, listadas na tabela 4.1, foram obtidas experimentalmente e apresentadas nas figuras indicadas. Os resultados obtidos foram comparados com os teóricos, obtidos pela expressão 3.42, conforme apresentado nas Figs. 4.25 a 4.28.

Observando a Fig. 4.15, verifica-se que os resultados experimentais para uma placa lisa com baixo amortecimento estão abaixo do valor teórico esperado. Tal situação se repete para todas as placas com baixo amortecimento, conforme pode ser visto pelas figuras 4.16 a 4.18. No entanto, o gráfico da função resposta em frequência (inertância pontual) apresentada na Fig. 4.14 mostra os seguintes números de modos por faixa de 100 Hz: 8, 7, 9, 6, 9, 7,..... Tais valores são obtidos através da contagem dos picos da curva de inertância pontual para uma placa 0,60x0,70 com baixo amortecimento. Isto indica que algum

erro deve estar sendo cometido na determinação indireta.

TABELA 4.1 - Relação de placas para as quais a densidade modal foi obtida.

Nº	Dimensões (m)	Espessura (m)	Cantoneiras	Fita de amortecimento	Figura
1	0,60x0,70	0,0015	não	não	4.15, 4.16, 4.18
2	0,60x0,70	0,0015	sim (4)	não	4.15
3	1,20x0,60	0,0015	não	não	4.17
4	0,60x0,70	0,0015	não	sim	4.16
5	1,20x0,60	0,0015	não	sim	4.17

O gráfico da parte real da mobilidade de um único ponto de uma placa 0,60x0,70x0,0015 m com baixo amortecimento mostra a existência de valores negativos (Fig. 4.11). A parte real da mobilidade pontual de uma placa plana, em teoria, deveria apresentar, somente valores positivos. Esses valores negativos acarretam uma diferença considerável entre os valores teóricos e os experimentais de densidade modal. Tal situação é atribuída a um erro de realimentação ("bias") que ocorre na determinação das funções resposta em frequência de estruturas com picos de resposta muito estreitos (ref. [60]).

Para corrigir esse problema, uma fita de alumínio de 0,05 m de largura (marca 3M - código 425) foi colada nas bordas das placas como forma de aumentar o seu amortecimento. Verificou-se então o desaparecimento dos valores negativos do gráfico da parte real da mobilidade pontual (Fig. 4.12). Como consequência disso, os resultados de densidade modal ficaram agora muito próximos dos teóricos, apresentando um erro máximo de 1,0 dB acima de 600 Hz (Fig. 4.16).

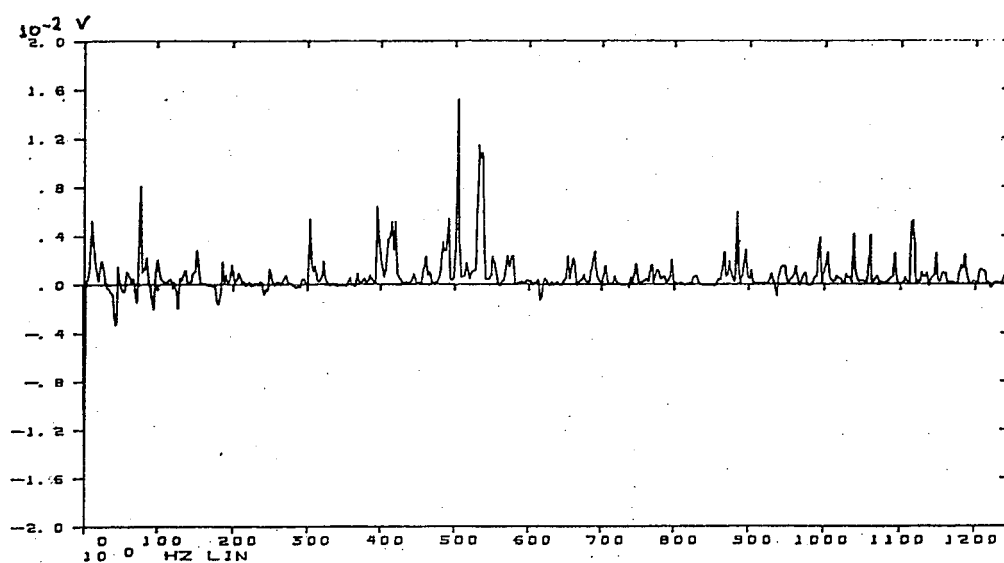


Figura 4.11 - Parte real da mobilidade pontual - placa número 1.

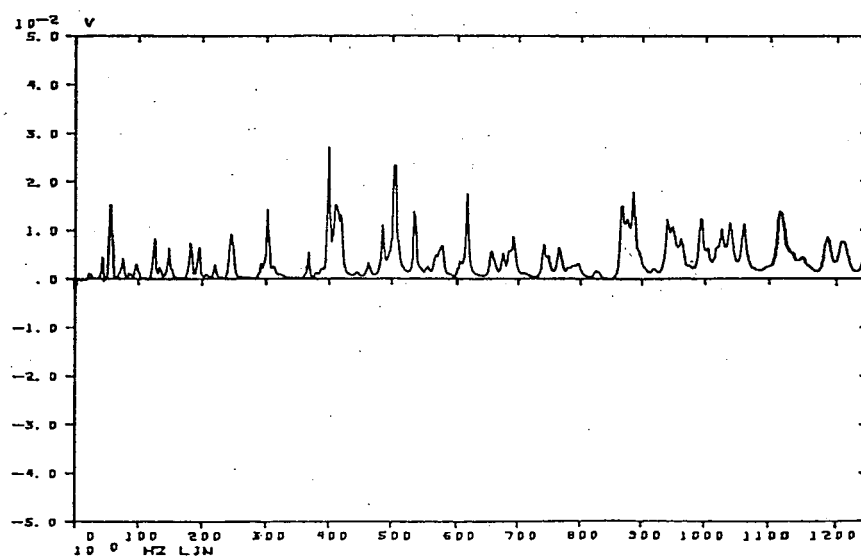


Figura 4.12 - Parte real da mobilidade pontual - placa número 4.

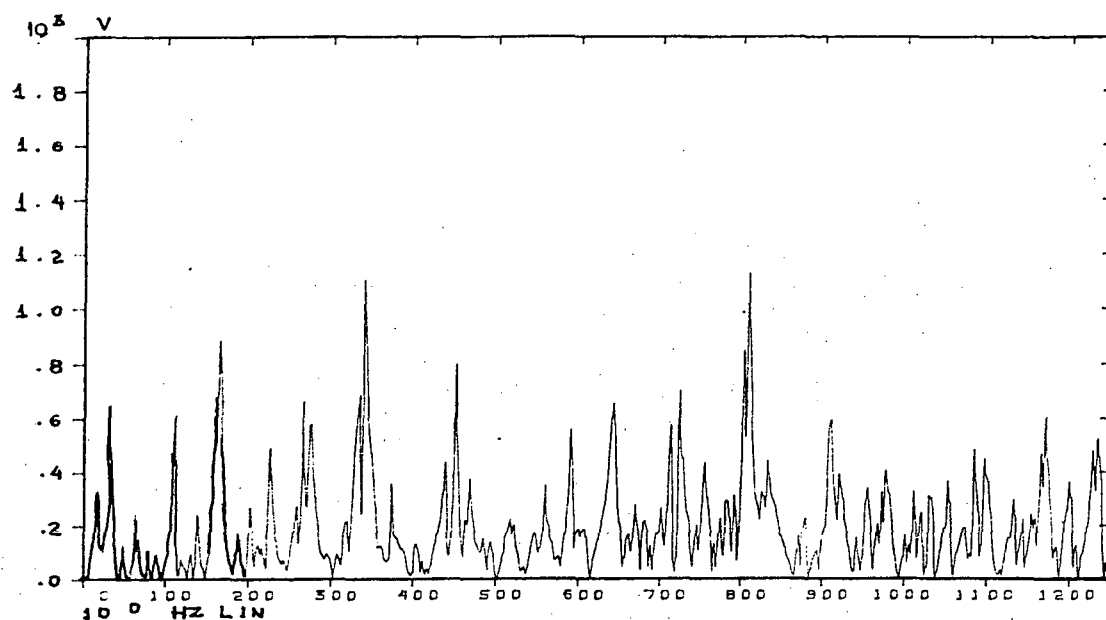


Figura 4.14 - Módulo de inércia pontual - 0,60x0,70x0,0015 m sem fita de amortecimento.

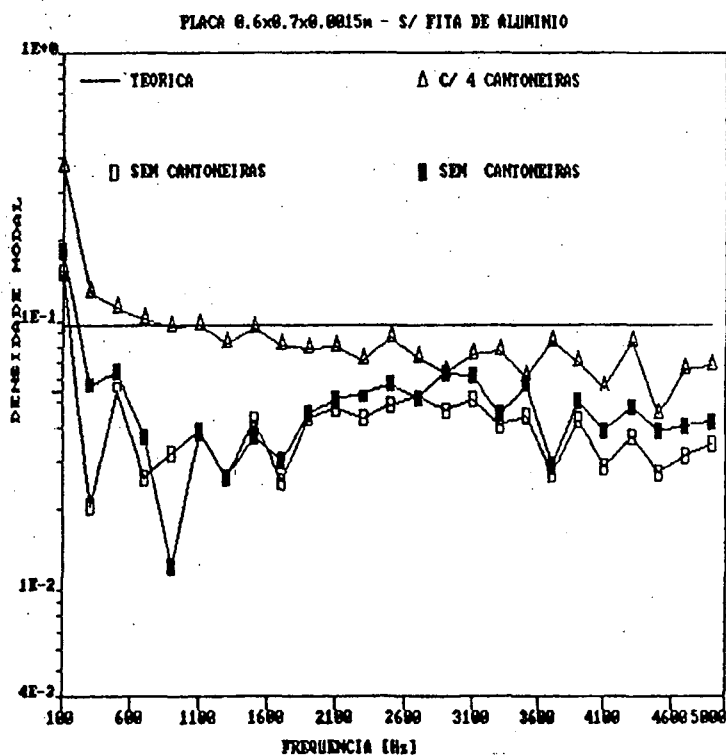


Figura 4.15 - Densidade modal - placa 0,60x0,70x0,0015 m sem fita de amortecimento.

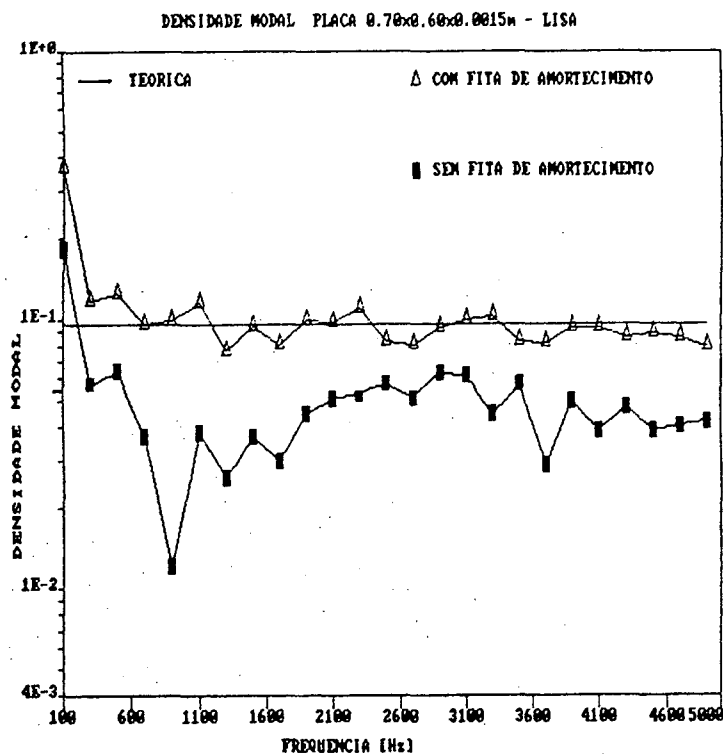


Figura 4.16 - Densidade modal - placa 0,60x0,70x0,0015 m análise do efeito do amortecimento no valor experimental da densidade modal.

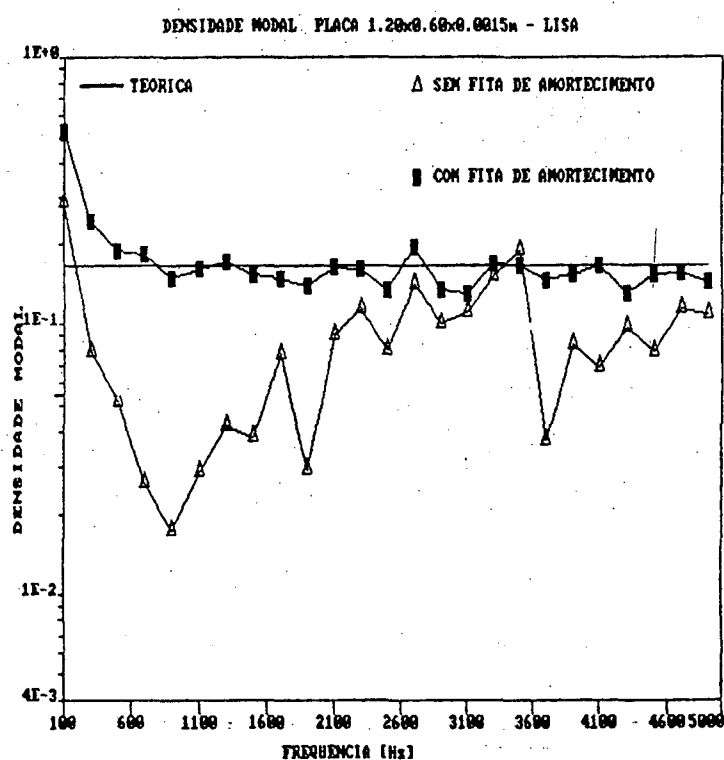


Figura 4.17 - Densidade modal - placa 1,20x0,60x0,0015 m análise do efeito do amortecimento no valor experimental da densidade modal.

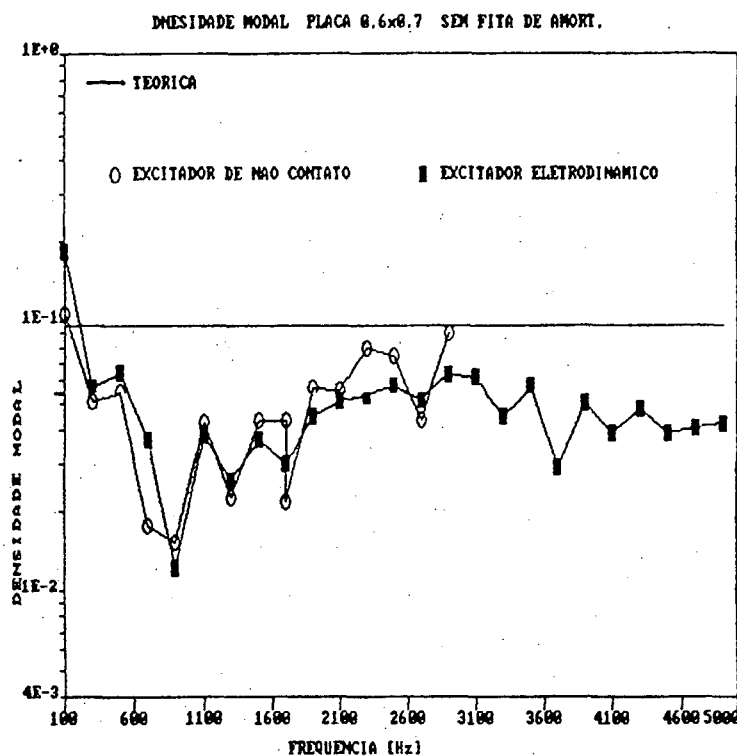


Figura 4.18 - Variação do tipo de excitador - placa 0,60x0,70x0,0015 - sem fita de amortecimento.

4.3. FATOR DE ACOPLAMENTO

4.3.1. Procedimentos experimentais

No presente trabalho, o fator de acoplamento entre placas e cavidades acústicas foi obtido através da expressão 3.53. Como esta expressão depende dos parâmetros da placa e da eficiência de irradiação, e como a eficiência de irradiação já foi extensamente discutida no item 4.1, o presente item apenas aborda o fator de acoplamento entre placas.

O primeiro resultado experimental de medição do fator de acoplamento entre placas está apresentado na ref. [14]. O procedimento utilizado consiste em medir inicialmente o amortecimento de uma das placas (η_1) antes de conectá-la a uma segunda placa. O amortecimento da primeira placa (η) é então

novamente medido, sendo que neste caso, esta placa encontra-se unida à uma segunda placa fortemente amortecida. Dessa forma pode se considerar que $\eta \cong \eta_{12} + \eta_1$.

Um outro método, apresentado na ref. [3], aplica-se aos casos em que o subsistema que recebe a energia é amortecido o suficiente, de forma que a sua energia modal é razoavelmente menor do que a do subsistema excitador. As respostas em regime permanente, as densidades modais dos dois subsistemas e o fator de perda do subsistema indiretamente excitado são então medidos e o fator de acoplamento avaliado por:

$$\frac{m_i \langle v_i^2 \rangle}{N_i} = \frac{m_d \langle v_d^2 \rangle}{N_d} \frac{\eta_{id}}{\eta_i + \eta_{id}} \quad (4.5)$$

onde: índice i = subsistema excitado indiretamente

índice d = subsistema diretamente excitado

Um terceiro método de determinação experimental baseia-se na relação que existe entre o fator de perda médio modal e o deslocamento médio da frequência natural de cada um dos sistemas da configuração desacoplada para a configuração acoplada [61]. Tal relação se aplica para estruturas elásticas com baixo amortecimento e acopladas em pontos localizados.

Todos os métodos apresentados anteriormente têm em comum certas limitações que acabam inviabilizando o seu uso em um grande número de casos e mesmo, pequenos erros de medição acabam acarretando grandes erros nos resultados finais.

Baseado em uma idéia proposta por Lyon [3], Bies e Hamid [51] desenvolveram uma metodologia que possibilita a medição do fator de perda "in situ" e o fator de acoplamento entre duas placas acopladas. Tal metodologia foi toda desenvolvida utilizando-se instrumentação analógica, o que a tornava extensivamente trabalhosa em uma utilização prática, devido ao grande número de

dados processados.

De forma a tornar este procedimento mais rápido, Clarkson e Ranky [10] introduziram modificações para utilização de um processamento digital e uma excitação na forma de um seno de varrimento rápido. Apesar de apresentar alguns poucos problemas para o caso de estruturas muito pouco amortecidas, tal método tem-se mostrado o mais confiável entre todos.

A determinação do fator de acoplamento pelo problema inverso também foi apresentada por Woodhouse [62] que, além de apresentar a metodologia, mostra como ser aplicada mesmo na presença de possíveis erros experimentais.

4.3.2. Procedimento utilizado

O procedimento utilizado para a obtenção experimental do fator de acoplamento entre placas é o método de medição da potência de entrada "*in situ*" [51] que, conforme já apresentado, é o que fornece melhores resultados e permite uma aplicação mais ampla.

No caso de três subsistemas a equação matricial da SEA (equação 2.17) pode ser escrita na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 \\ \bar{E}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1^e / \omega_c \\ W_2^e / \omega_c \\ W_3^e / \omega_c \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

onde:

$$\begin{aligned} L_{11} &= (\eta_1 + \eta_{12} + \eta_{13}) N_1 & L_{12} &= -\eta_{21} N_2 = -\eta_{12} N_1 = L_{21} \\ L_{22} &= (\eta_2 + \eta_{21} + \eta_{23}) N_2 & L_{13} &= -\eta_{31} N_3 = -\eta_{13} N_1 = L_{31} \\ L_{33} &= (\eta_3 + \eta_{31} + \eta_{32}) N_3 & L_{23} &= -\eta_{32} N_3 = -\eta_{23} N_2 = L_{32} \end{aligned}$$

A equação 4.5 pode ser escrita na seguinte forma matricial:

$$\{\bar{E}\} = \frac{1}{\omega_c} [T] \{W^e\} \quad (4.6)$$

onde: $[T]$ é a inversa de $[L]$

Dessa forma, o procedimento experimental se resume em excitar um dado subsistema e obter a energia modal nos outros três, repetindo-se a mesma sequência para a excitação dos dois subsistemas remanescentes e montando assim a matriz $[T]$. A inversa da matriz $[T]$ é a matriz $[L]$ dos fatores de perda e acoplamento. Conhecendo-se as densidades modais dos três subsistemas analisados, os fatores $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_{12}, \eta_{21}, \eta_{13}, \eta_{31}, \eta_{23}, \eta_{32}$ podem ser determinados através das expressões apresentadas em 4.5.

Para minimizar o efeito da perda de energia vibratória devido ao contato das placas com o meio externo, as placas foram suspensas através de três fios de algodão presos no teto de uma sala comum. Com o propósito de determinar a média espacial da potência fornecida, uma excitação pontual foi aplicada em três pontos distintos em cada placa. Este número de pontos foi escolhido devido à verificação de que a média em mais de três pontos de excitação não varia muito em relação à média de três pontos. Esta excitação pontual foi aplicada através de um excitador eletrodinâmico alimentado por um amplificador (B&K 2706). O sinal utilizado foi do tipo ruído branco na faixa de 20 Hz a 5000 Hz e fornecido por um gerador de sinal (B&K 1027). A potência fornecida foi obtida através de uma cabeça de impedância (B&K 8001) unida ao excitador por um arame e presa na placa por um parafuso, como mostra a Fig. 4.7. Os sinais de força e aceleração são amplificados por um pré-amplificador (B&K 2626) e por um amplificador de carga (B&K 2635), respectivamente. Os sinais, corretamente em fase, são adquiridos em 2048 pontos e com frequência máxima de 5000 Hz em um analisador de Fourier (HP 5451C). Através de um procedimento programado no HP 5451C a potência fornecida pelo excitador foi calculada usando-se a expressão 3.68 e com esse resultado a média dos três pontos pôde ser obtida. A energia modal de cada placa foi obtida através da média espacial da aceleração RMS ao quadrado, em dez pontos de medição, homogeneamente distribuídos ao longo da superfície da placa. A escolha desse

número de pontos de medição acarreta um erro no valor da aceleração média de no máximo, 1,0 dB entre 125 e 500 Hz e 0,4 dB acima de 500 Hz.

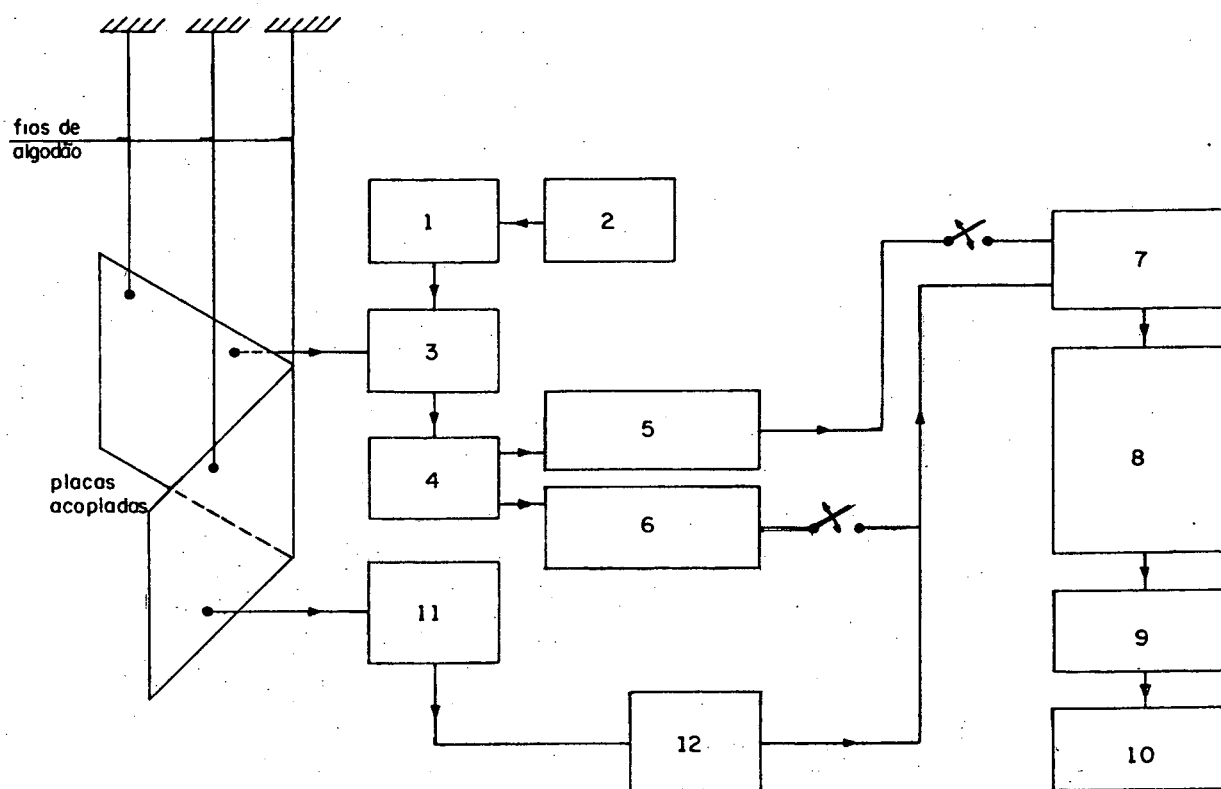
Os valores digitalizados da aceleração e da potência fornecida obtidos no analisador HP 5451C foram então utilizados como dados de entrada para o software "acopla" que determina os elementos da matriz [T] (equação 4.6), calcula a matriz [L] através da inversão da matriz [T] e determina os fatores de acoplamento e de perda "*in situ*". Tal software, escrito em linguagem Pascal e implementado em um microcomputador Pc-compatível, calcula ainda os fatores de acoplamento teóricos (expressões 3.55 e 3.61), o fator de superposição modal, o resíduo e o coeficiente de transmissão médio. Todos os valores obtidos são valores médios na faixa de frequências de 200 a 4000 Hz em bandas de 200 Hz, 500 Hz, 1/3 de oitava e 1/1 de oitava. O fator de superposição modal é fornecido pela expressão $MOF = \eta \omega n(f)$ e se ele for maior do que 2π para ambos os subsistemas, os resultados obtidos para placas finitas devem se aproximar dos resultados de placas semi-infinitas.

Já o resíduo, é calculado por:

$$RES = \sum_{ij} (T_{ij} - L_{ij}^{-1})^2 \quad (4.8)$$

e quanto menor for, mais precisos serão os resultados.

Este programa apresenta duas versões similares: a "acopla" que se aplica a dois subsistemas unidos e a "acopla3" que se aplica a três subsistemas.



- | | |
|------------------------------------|---------------------------------|
| 1-AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA-B&K2706 | 7-CONVERSOR AD -HP5466B |
| 2-GERADOR DE SINAIS-B&K1027 | 8-ANALISADOR DE FOURIER-HP5451C |
| 3-EXCITADOR ELETRODINÂMICO-B&K | 9-IMPRESSORA |
| 4-CABEÇA DE IMPEDÂNCIA-B&K8001 | 10-MICROCOMPUTADOR |
| 5-PRÉ-AMPLIFICADOR-B&K2626 | 11-ACELERÔMETRO - B&K4375 |
| 6-PRÉ-AMPLIFICADOR-B&K2635 | 12-PRÉ-AMPLIFICADOR-B&K2635 |

Figura 4.19 - Esquema de medição: fator de acoplamento.

4.3.3. Resultados obtidos

De modo a verificar se o procedimento de medição da potência de

entrada "*in situ*" produz resultados suficientemente precisos, foram realizadas medições do fator de acoplamento em uma placa dobrada em 90° . Cada lado dessa placa foi considerado como uma placa (subsistema) independente. Dessa forma, a união entre estas duas placas procurava representar o melhor possível as condições teóricas para as quais a expressão 3.55 foi deduzida, ou seja, continuidade de deflexões e de esforços na união das duas placas. Essas duas placas apresentavam dimensões iguais, $0,60 \times 0,60 \times 0,0015$ m, e eram feitas de aço.

A Fig. 4.20 apresenta os resultados do fator de acoplamento para o caso da união destas placas em banda constante de 200 Hz, sendo que numa das medições, fitas de amortecimento foram coladas nas bordas das duas placas. Como pode ser verificado nesta figura, os resultados são bastante consistentes para o caso das duas placas com fita de amortecimento, enquanto que os resultados para as placas sem fita de amortecimento chegam a apresentar erros de até 10 dB. No entanto, acima de 2600 Hz, os resultados sem fita de amortecimento são praticamente iguais àqueles com fita de amortecimento. A diferença entre estes resultados se deve aos valores negativos do gráfico da parte real da mobilidade pontual para o caso de placas pouco amortecidas (conforme apresentado no item 4.2.3), acarretando, assim, uma subestimação do valor da potência fornecida pelo excitador às placas pouco amortecidas.

As Figs. 4.21 e 4.22 apresentam os gráficos do fator de superposição modal e do resíduo, respectivamente, para os experimentos cujos resultados de fator de acoplamento são apresentados na Fig. 4.20. Do gráfico de superposição modal, pode-se verificar que os valores para o caso das placas com fita de amortecimento se situam próximos do valor de 2π , enquanto que para as placas pouco amortecidas tais valores só se aproximam de 2π acima de 2900 Hz. Este comportamento está de acordo com a suposição de que quanto mais próximo de 2π forem os valores do fator de superposição modal, mais próximos serão os resultados para o fator de acoplamento de placas finitas (placas analisadas) e aqueles de placas semi-infinitas (valores teóricos - Fig. 4.20). Da mesma forma, pode ser verificado na Fig. 4.22 que, quando o resíduo apresenta valores

baixos, os resultados teóricos e experimentais tem boa concordância.

Com o propósito de verificar a repetibilidade dos resultados de fator de acoplamento, cinco medições distintas foram efetuadas para o caso das duas placas $0,6 \times 0,6$ unidas e com fita de amortecimento. Estes experimentos foram efetuados variando-se as posições de excitação das placas e de medição da aceleração. Os resultados obtidos para o fator de acoplamento η_{21} (Fig. 4.23), apresentaram uma pequena variação entre os valores médios para estes cinco experimentos e os valores obtidos em uma medição típica. Da mesma forma, o valor médio do coeficiente de transmissão (τ_{21}) para os cinco experimentos apresenta uma boa concordância com o valor teórico fornecido pela expressão 3.55, conforme a Fig. 4.24.

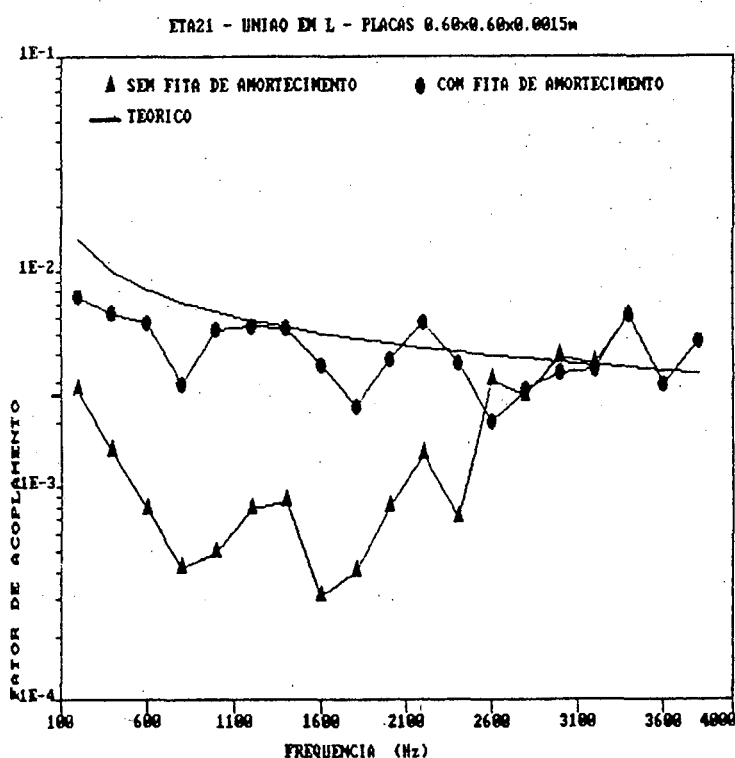


Figura 4.20 - Fator de acoplamento η_{21} - placas $0,60 \times 0,60 \times 0,0015$ m (iguais).

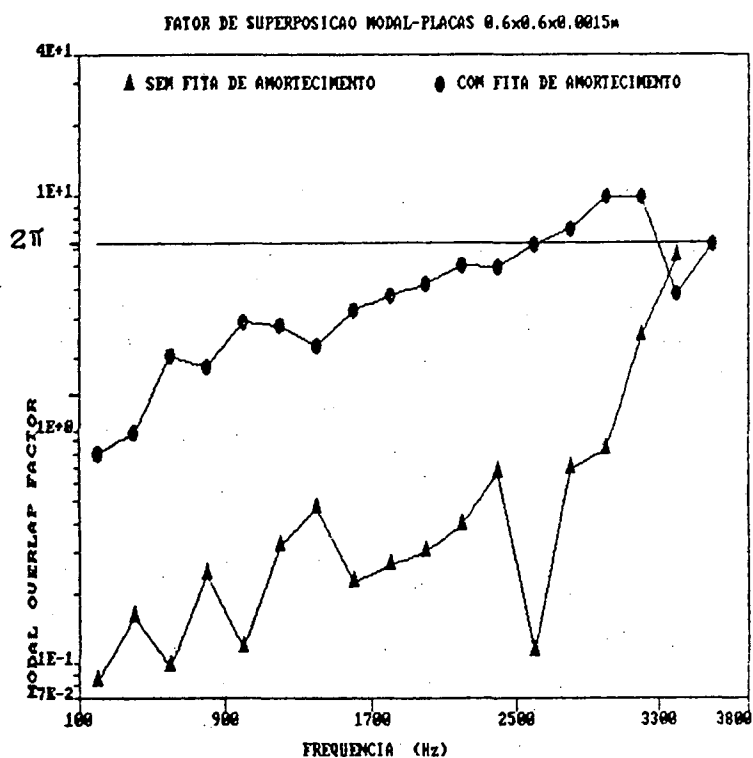


Figura 4.21 - Fator de superposição modal (MOF) - placas 0,6 x 0,6 x 0,0015m (iguais) - referente aos resultados apresentados na Fig. 4.20.

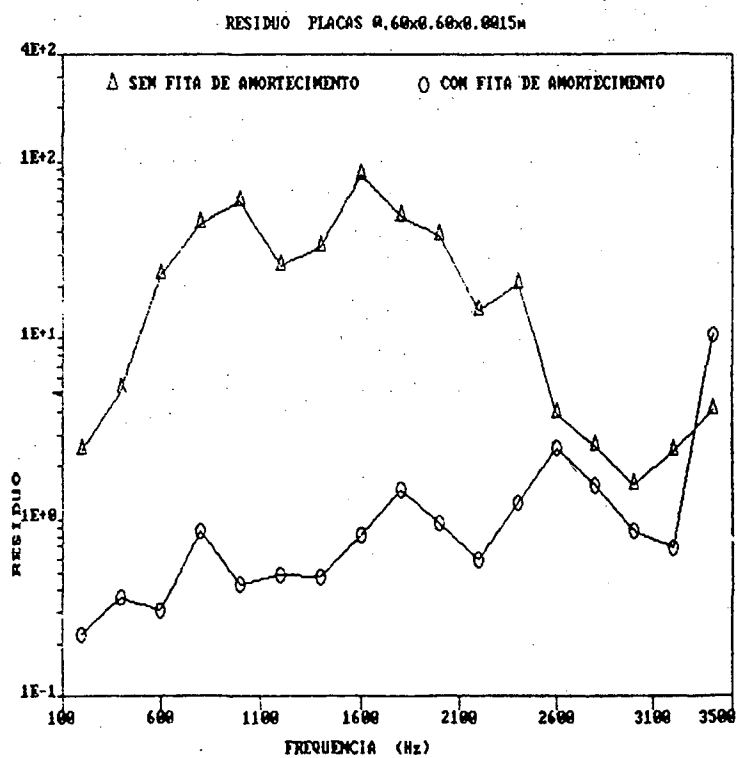


Figura 4.22 - Resíduo - placas 0,6x0,6x0,0015 m - referentes aos resultados da Fig. 4.20.

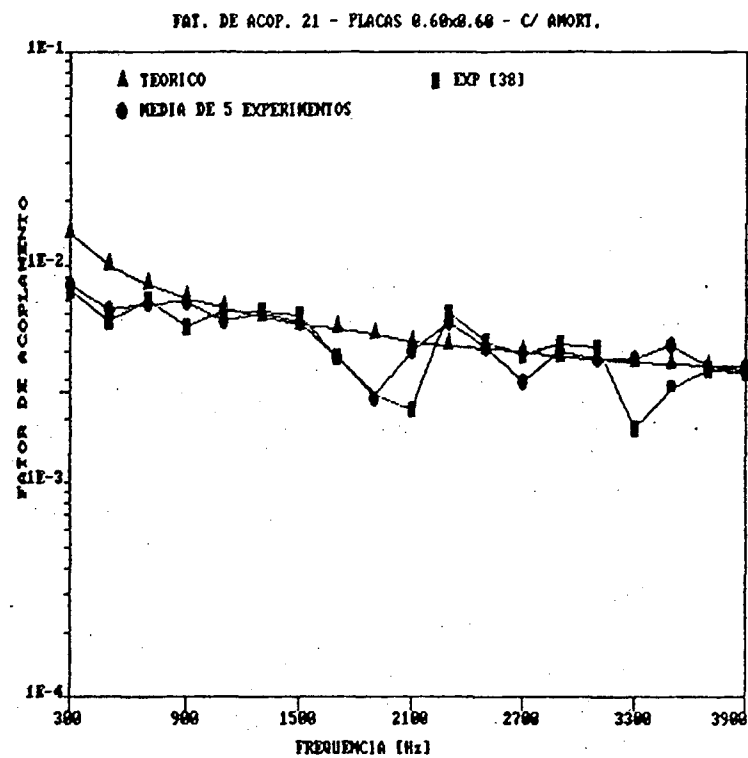


Figura 4.23 - Fator de acoplamento η_{21} - placas 0,60 x 0,60 x 0,0015m (iguais)
média de cinco medições distintas e uma medição típica.

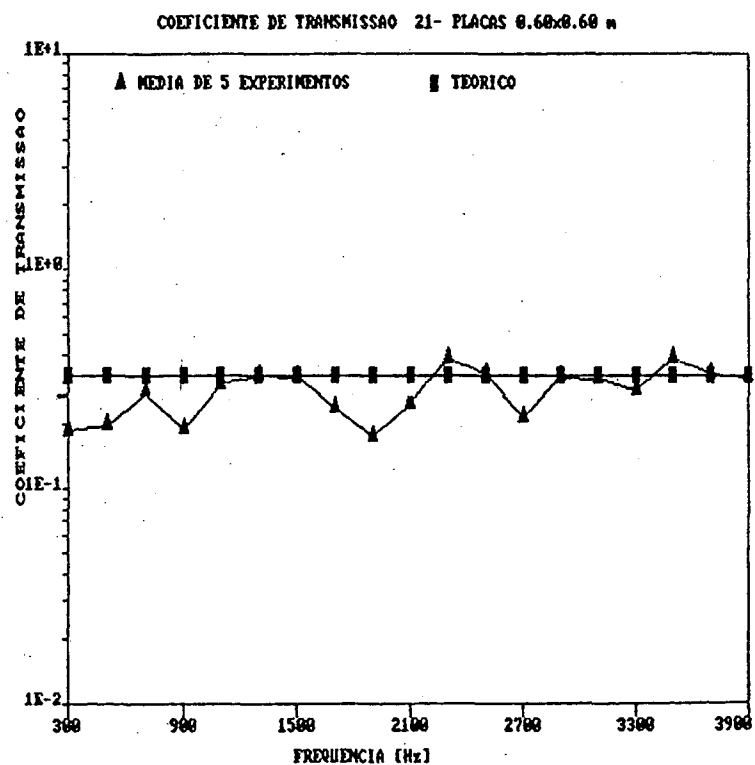


Figura 4.24 - Comparação entre o coeficiente de transmissão teórico (equação 3.55) e a média de cinco experimentos - placas 0,6x0,6x0,0015 m.

Em função dos resultados obtidos, conclui-se que o procedimento experimental é confiável e tem boa repetibilidade podendo, dessa forma, ser aplicado para as placas que compõem a estrutura tipo caixa.

De modo a realizar uma avaliação completa das propriedades de acoplamento da estrutura tipo caixa foram identificadas 3 uniões típicas nesta estrutura, sendo duas em L e uma em T. A análise das uniões em L é feita com o programa "acopla" na versão para dois subsistemas, enquanto que a união em T é analisada pelo programa "acopla" na versão para três subsistemas. Além disso, uma análise da união em T foi realizada, considerando cada placa como um único subsistema (união tipo 2). Uma descrição completa dessas uniões e das respectivas placas que formam tais uniões é apresentada na tabela 4.2.

A tabela 4.3 apresenta uma relação completa das medições de fator de acoplamento realizadas para as uniões listadas na tabela 4.2. Cada uma destas medições é identificada pelo código "EXP.N", onde N é o número da medição. Basicamente, o que variou entre estas diferentes medições foi o fato das placas apresentarem ou não, fitas de amortecimento coladas nas bordas, ou então, o tipo de cabo que suspendia tais placas. Em função do grande volume de uma listagem completa de todos estes resultados, são apresentadas no Apêndice B, somente as listagens dos resultados, em banda de 1/3 de oitava ou de 200 Hz, para os experimentos, 30, 32 e 33.

TABELA 4.2 - Resumo das uniões analisadas.

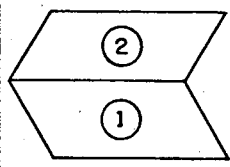
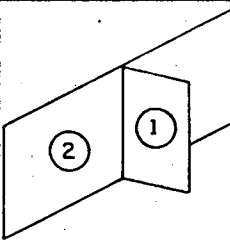
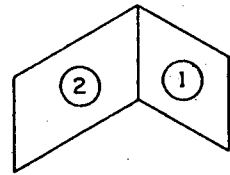
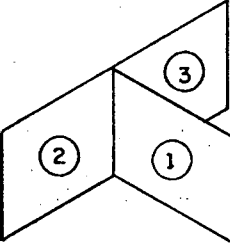
Uniões	Esquema	Placa 1	Placa 2	Placa 3
1		1,20x0,70 m h = 0,0015 m S = 0,84 m ² m = 9,82 kg	1,20x0,60 m h = 0,0015 m S = 0,72 m ² m = 8,42 kg	
2		0,60x0,70 m h = 0,0015 m S = 0,42 m ² m = 4,91 kg	1,20x0,70 m h = 0,0015 m S = 0,84 m ² m = 9,82 kg com cantoneira	
3		0,60x0,70 m h = 0,0015 m S = 0,42 m ² m = 4,91 kg	1,20x0,60 m h = 0,0015 m S = 0,72 m ² m = 8,42 kg	
4		0,60x0,70 m h = 0,0015 m S = 0,42 m ² m = 4,91 kg	0,70x0,70 m h = 0,0015 m S = 0,49 m ² m = 5,73 kg com cantoneira	0,70x0,50 m h = 0,0015 m S = 0,35 m ² m = 4,09 kg com cantoneira

TABELA 4.3 - Relação dos experimentos de fator de acoplamento.

Exp	União	Número de placas	Cabos de suspensão	Placas com fita de amortecimento
8	1	2	aço	não
9	2	2	aço	não
10	3	2	aço	não
11	3	2	algodão	não
12	1	2	algodão	não
13	2	2	algodão	não
27	4	3	algodão	não
27C	2	2	algodão	não
30	3	2	algodão	sim
32C	2	2	algodão	sim
32	4	3	algodão	sim
33	1	2	algodão	sim

Uma das maiores preocupações durante a realização das medições de fator de acoplamento, é de se reduzir ao máximo possível a energia vibratória que se propaga ao longo dos cabos de suspensão das placas. Com este propósito foram utilizados tanto cabos finos de aço como cabos de algodão para suspender as placas. Comparando os resultados obtidos para $\eta_{12} \cdot (N_1/N_2)$ e η_{21} com estes dois tipos de cabos, verificou-se uma ligeira vantagem na precisão para o caso dos cabos de algodão. Esta comparação se baseia no fato de que, teoricamente $\eta_{12} \cdot (N_1/N_2)$ deveria ser igual a η_{21} (expressão 2.14).

Similarmente ao que ocorreu no caso das placas dobradas e também no caso das placas unidas através de cantoneiras rebitadas, os resultados nos quais as placas apresentavam fitas de amortecimento, foram mais precisos do que

aqueles em que eram utilizadas placas sem fitas de amortecimento. Em função da ausência de uma teoria que representasse o tipo de junta analisada, a precisão dos resultados foi avaliada através da proximidade dos valores de $\eta_{12} \cdot (N_1/N_2)$ e de η_{21} . Uma destas comparações é apresentada na Fig. 4.25 para os experimentos número 11 (sem fita de alumínio) e número 30 (com fita de amortecimento), no caso de uma análise em banda constante de 200 Hz.

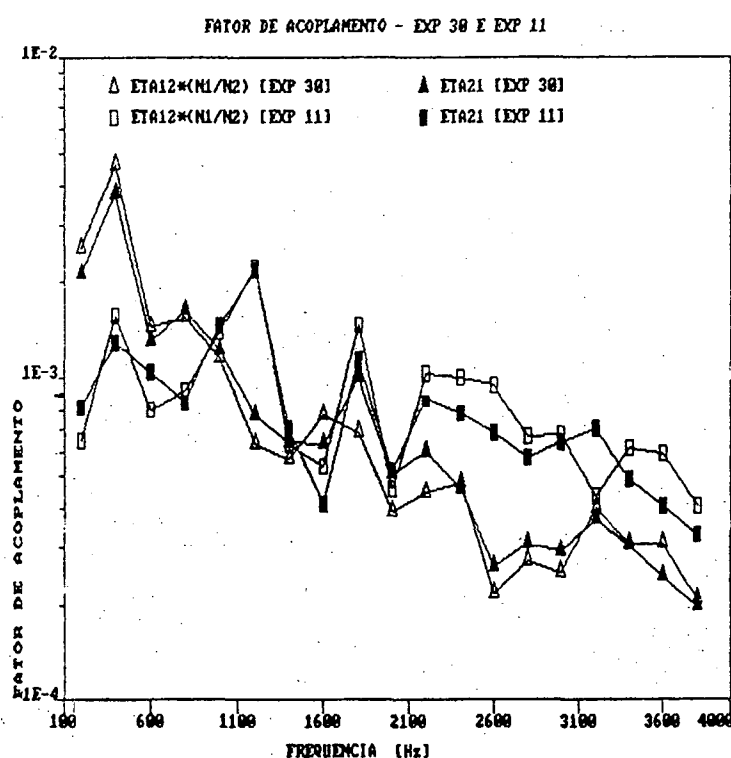


Figura 4.25 - Comparação de $\eta_{12} \cdot N_1/N_2$ com η_{21} - exp.30 e exp.11.

Como já citado na introdução, as placas da estrutura tipo caixa são unidas através de cantoneiras em L de dimensões 0,02x0,02x0,0015 m e rebitas nas duas placas em intervalos de 10 cm. No caso das uniões tipo 1 e 3, somente uma cantoneira une as duas placas, enquanto que as uniões tipo 2 e 4 apresentam uma cantoneira em cada lado da placa número 1 (ver Fig. 4.26). Apesar de que para este tipo de união não se possa mais garantir a continuidade de deflexões e esforços nas juntas, devido a possíveis folgas nos rebites, é de se esperar

que o coeficiente de transmissão entre as placas 1 e 2 das uniões tipo 1, 2 e 3 sejam similares. Tal fato foi verificado experimentalmente conforme apresentado na Fig. 4.27. Apesar de que na Fig. 4.27 sejam apresentados somente os resultados em banda constante de 200 Hz, esta mesma situação se repete para as outras bandas de análise (1/1 de oitava, 1/3 de oitava e 500 Hz constante).

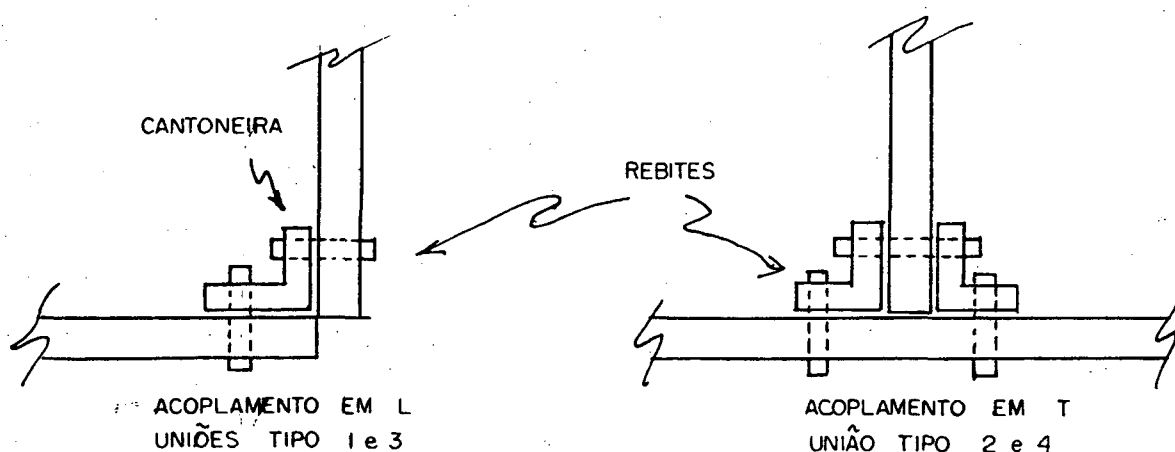


Figura 4.26 - Detalhe do acoplamento das placas analisadas (sem escala).

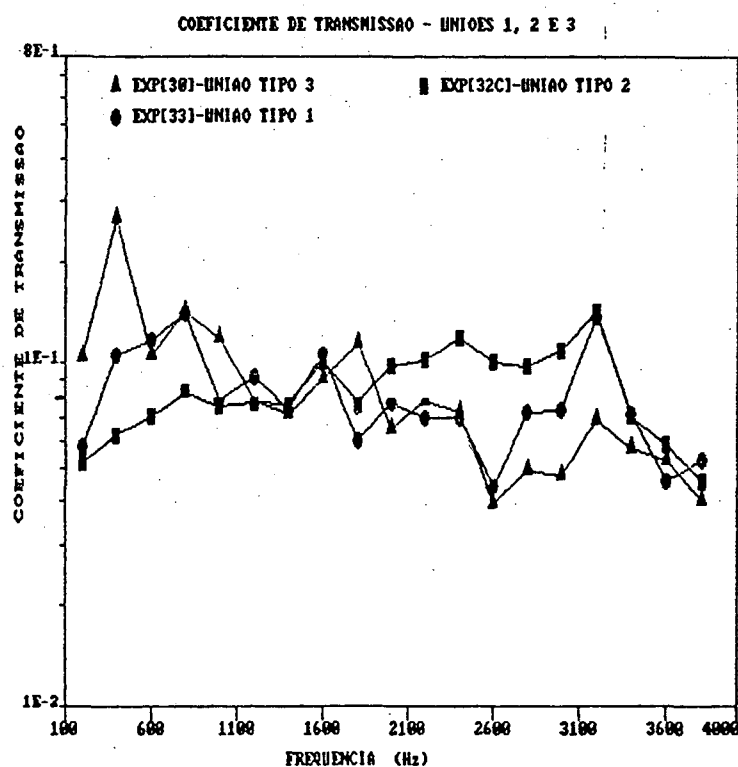


Figura 4.27 - Coeficiente de transmissão médio - uniões tipo 1, tipo 2 e tipo 3
- exp. 30, exp. 32C e exp. 33.

Para o caso de uma união em T, o coeficiente de transmissão entre as placas 1 e 3 (Fig. 3.4) é apresentado na expressão 3.56. Como pode ser verificado na Fig. 4.28, o resultado fornecido por esta expressão se aplica com boa precisão para o caso do coeficiente de transmissão entre as placas 2 e 3 da união tipo 4.

Apesar de todos os resultados apresentados neste item terem sido analisados em bandas constantes de 200 Hz, eles não variarão muito se a análise for realizada em bandas diferentes. Tal afirmação é baseada nas verificações realizadas ao longo do trabalho experimental. Como exemplo, a Fig. 4.29 apresenta o resultado para o fator de acoplamento da união tipo 1 em quatro bandas distintas de análise - 1/1 de oitava, 1/3 de oitava, 500 Hz e 200 Hz.

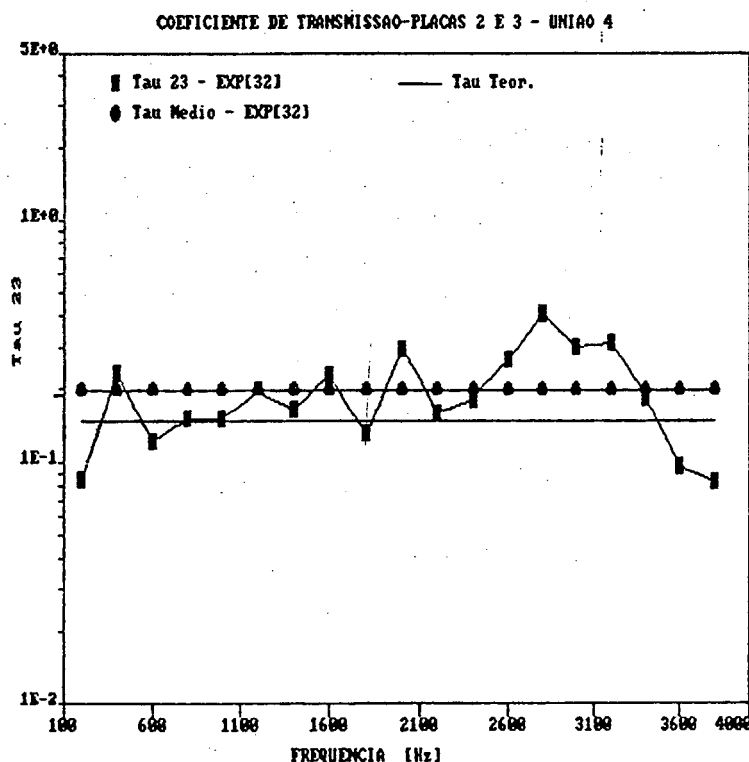


Figura 4.28 - Coeficiente de transmissão - τ_{23} - união tipo 4.

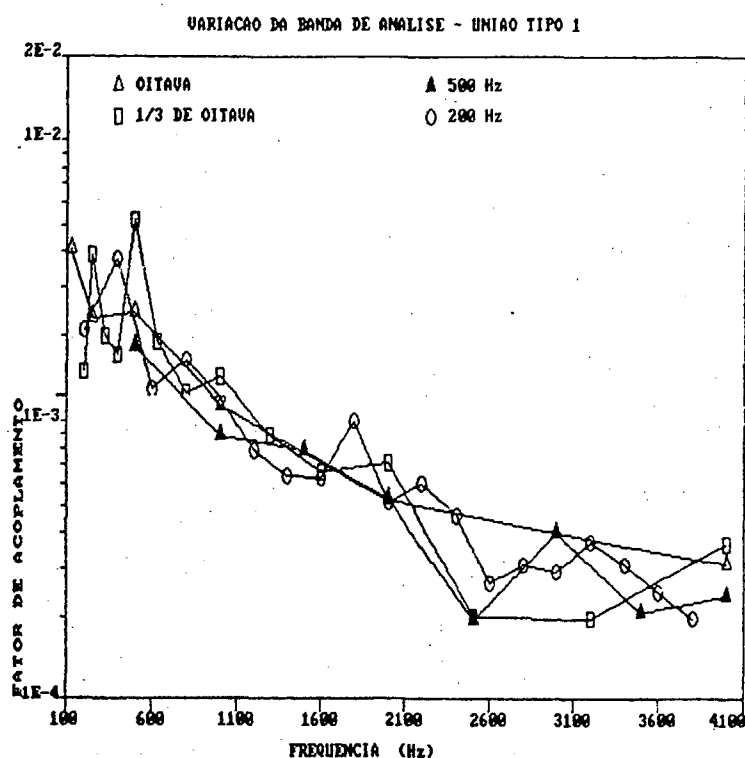


Figura 4.29 - Variação da banda de análise - fator de acoplamento - η_{21} - união tipo 1.

4.4. FATOR DE PERDA ESTRUTURAL

4.4.1. Procedimentos experimentais

De acordo com o apresentado no item 3.4 é muito difícil determinar analiticamente o fator de perda. Dessa forma, a determinação experimental é a única maneira de se obter valores confiáveis para este parâmetro. Em função dessa importância, vários são os métodos utilizados para se determinar experimentalmente o fator de perda.

A determinação experimental do fator de perda de modos isolados baseia-se, principalmente, no método da banda de meia-potência e no método do decaimento da resposta estrutural. No primeiro, ao ser localizado um pico de resposta (com frequência f_0), os valores f_1 e f_2 das frequências cujas

respostas estão 3 dB abaixo do valor de pico são medidos, e o amortecimento calculado pela expressão $\eta = (f_2 - f_1) / f_0$. No segundo método, o decaimento (tempo de reverberação) da energia vibratória subsequente ao cessamento de uma excitação senoidal de frequência igual à do modo, é medida e o fator de perda estimado em função deste decaimento. Um terceiro método, mais recente, foi apresentado na ref. [66] e se baseia na divisão da curva de decaimento em função do tempo em sinais menores e, através da transformada de Fourier desses sinais, obter-se os decaimentos de cada trecho.

Como é apresentado no Capítulo 2, o fator de perda utilizado nas equações da SEA deve ser o valor médio desse parâmetro em uma banda de frequência que contenha vários modos. Dessa forma, uma maneira de obter o fator de perda é através do valor médio dos fatores de perda de cada um dos modos cuja frequência se situe dentro da banda de interesse. Entretanto, tal alternativa é inviável já que, muitas vezes, a localização de cada um destes modos é extremamente difícil.

Entre os métodos conhecidos para se determinar o fator de perda de modos individuais, o método do decaimento pode ser adaptado de forma a permitir a medição do fator de perda médio em uma banda de frequência. Para tanto, basta que a excitação transiente excite os modos da banda de interesse e que o sinal de decaimento seja filtrado nesta banda.

No presente trabalho, o método do decaimento foi utilizado com a excitação transiente fornecida pelo impacto de um martelo contra a placa. O decaimento da resposta estrutural da placa foi monitorado por um acelerômetro de baixa massa, e o sinal, depois de amplificado, foi filtrado em bandas de 200 Hz e adquirido em um analisador de Fourier (Fig. 4.30). Entretanto, para o caso das placas sem fita de amortecimento foi necessário adquirir o sinal com instrumentação analógica, ou seja, o sinal depois de amplificado foi filtrado em bandas de oitava (filtro B&K 1615) e o decaimento registrado em um registrador gráfico (B&K 2306).

Um segundo método utilizado para a medição do fator de perda médio

modal foi o método da potência de entrada. Este método foi aplicado através da utilização de um procedimento similar àquele utilizado para medição da densidade modal. Conforme apresentado no item 4.2.1, a determinação da densidade modal é baseada na medição da média espacial da parte real da mobilidade pontual da placa. Assim sendo, com os sinais de força e aceleração medidos através da cabeça de impedância, além da mobilidade, foi possível determinar o valor da força RMS ao quadrado. Com a média espacial dos valores da parte real da mobilidade pontual e da força RMS ao quadrado, determinou-se a potência fornecida pelo excitador eletrodinâmico à placa (expressão 3.68). Supondo que a potência perdida através dos cabos de suspensão é muito pequena, a energia dissipada (E^d) pela placa pôde ser considerada igual à potência fornecida pelo excitador eletrodinâmico. A média espacial da velocidade RMS ao quadrado, foi obtida de dez pontos de medição da aceleração ao longo da superfície da placa. Com os valores da energia dissipada e da média espacial da velocidade RMS ao quadrado, o fator de perda foi calculado através da expressão 3.62.

Um terceiro método, o método de medição da potência de entrada "in situ", foi utilizado para determinar o fator de perda para o caso de placas acopladas. Este método possui a vantagem de permitir a determinação do amortecimento introduzido devido à presença das cantoneiras e dos rebites. Conforme apresentado no item 4.3.2, este método permite determinar também o fator de perda devido ao acoplamento entre as placas, ou seja, a parcela de energia vibratória que uma das placas transmite para a outra. Uma descrição detalhada da medição do fator de perda utilizando este método é apresentada no item 4.3.2.

4.4.2. Resultados obtidos

Como forma de se estudar as diferenças e a precisão dos três métodos apresentados, foram determinados os fatores de perda das seguintes placas:

- Placa de aço - 0,60x0,70x0,0015 m;
- Placa de aço - 0,60x0,70x0,0015 m - com 4 cantoneiras;
- Placa de aço - 0,60x0,70x0,0015 m - com fita de amortecimento;
- Placa de aço - 1,20x0,60x0,0015 m - com fita de amortecimento.

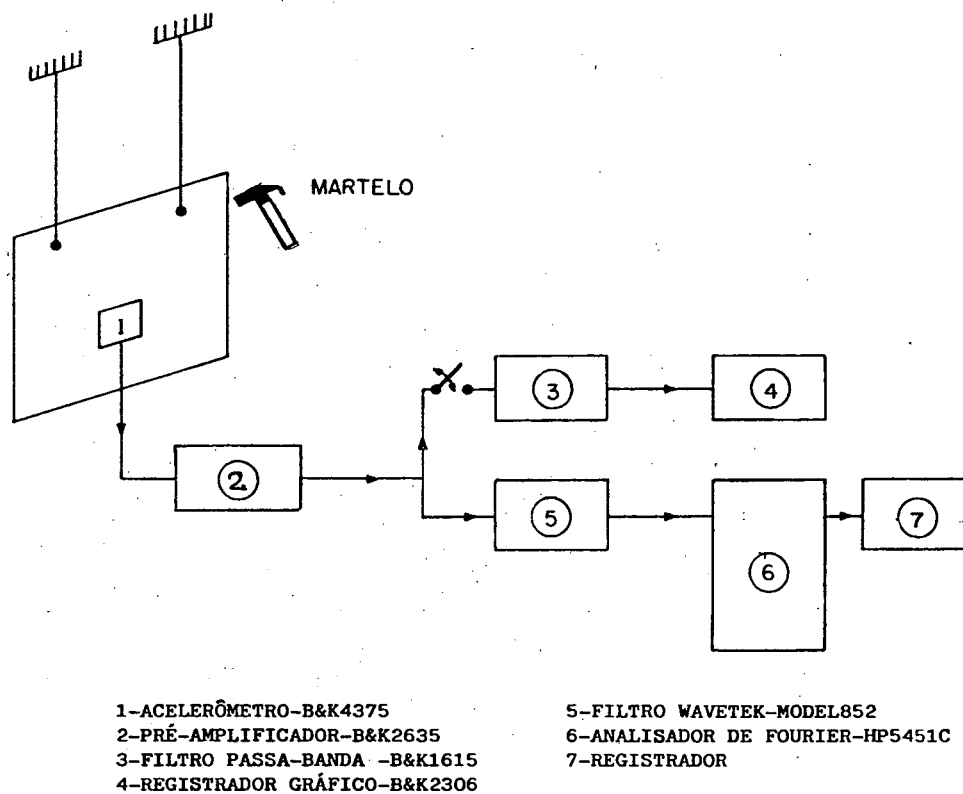


Figura 4.30 - Instrumentação para medição do fator de perda pelo método do decaimento.

A Fig. 4.31 apresenta o resultado do fator de perda para uma placa de dimensões 0,60x0,70x0,0015 m sem nenhuma forma de amortecimento adicional em banda de 1/1 de oitava. Como pode ser verificado os três métodos apresentam resultados distintos.

Apesar dos resultados obtidos pelo método do decaimento para esta placa serem bem similares àqueles apresentados na ref. [65] para o caso de uma placa de aço $0,5 \times 0,5 \times 0,0015$ m e determinados também pelo decaimento da resposta estrutural, o método do decaimento não é o mais confiável dos três métodos apresentados. Um dos problemas relacionados ao método do decaimento é o modo de excitar a estrutura. Se for utilizada uma excitação transiente (uma martelada, p.e.) os resultados do fator de perda serão fortemente dependentes do tipo, tamanho e material do martelo [68]. Por outro lado, se for utilizada uma excitação permanente (um excitador eletrodinâmico, p.e.), um amortecimento adicional será introduzido devido ao contato com a placa e, para placas com baixo amortecimento, esta adição pode ser significativa [66]. Um outro problema é o fato de que o decaimento temporal da resposta da placa em uma dada banda de frequência é dominado pelos modos de menor amortecimento. Diferentemente, a média aritmética é dominada pelos modos de maior amortecimento. Dessa forma, é de se esperar que, se os valores dos fatores de perda modais dos modos de uma banda de frequência forem muito diferentes, os métodos do decaimento e da potência de entrada forneçam resultados distintos.

Da mesma forma que os resultados de fator de perda obtidos pelo método do decaimento não são totalmente confiáveis, também os resultados obtidos pelos métodos "in situ" e potência de entrada não são confiáveis para o caso de placas pouco amortecidas. Esta imprecisão é decorrente dos erros presentes na determinação da parte real da mobilidade pontual de placas pouco amortecidas, que já foi discutida anteriormente neste trabalho. Portanto, pode-se concluir que se for necessário determinar com precisão o fator de perda médio em uma banda de frequência de placas pouco amortecidas ($\eta < 0,001$), outros procedimentos devem ser utilizados.

Na Fig. 4.31 também é apresentado o resultado para o fator de perda da placa $0,60 \times 0,70$ com quatro cantoneiras nas bordas. Como esperado, o amortecimento adicional devido a presença das cantoneiras rebitadas eleva substancialmente o fator de perda.

Apesar das diferenças encontradas no caso das placas sem fita de amortecimento, os três métodos apresentam resultados bem consistentes quando aplicados em placas com fita de amortecimento. Tal situação pode ser verificada na Fig. 4.32, na qual são apresentados resultados para o fator de perda médio para uma placa $0,60 \times 0,70 \times 0,0015$ m com fita de alumínio de 50 mm de largura (marca 3M - mod. 425) colada nas bordas, em bandas constantes de 200 Hz, utilizando os três métodos apresentados. O método do decaimento e o método da potência de entrada apresentam resultados similares. Isto porque a placa com fita de alumínio apresenta, possivelmente, valores semelhantes para os fatores de perda modais [9]. Além disso o método da potência de entrada fornece resultados confiáveis devido a precisão maior na determinação da parte real da mobilidade para o caso de placas semi-amortecidas.

Da mesma forma, os resultados "*in situ*" apresentam um resíduo pequeno (item 4.3.3), aumentando a confiabilidade dos resultados de fator de perda e de fator de acoplamento. Dois decaimentos típicos, em banda de 200 Hz constante, são apresentados na Fig. 4.33 e 4.34 para as frequências centrais de 800 e 4000 Hz. Tais gráficos foram utilizados para determinar o fator de perda por decaimento apresentado na Fig. 4.32. Verifica-se ainda da Fig. 4.32 que os resultados de fator de perda estão dentro de uma faixa de 2,0 dB de largura, em média, o que coloca as três medições numa faixa de boa precisão.

A Fig. 4.35 apresenta o resultado do fator de perda pelo método "*in situ*" de duas placas diferentes - uma de $0,60 \times 0,70$ e outra de $1,20 \times 0,60$, em casos de diferentes acoplamentos - uniões tipo 1, 2 e 3 (item 4.3.3). Ambas as placas apresentam fitas de amortecimento coladas nas bordas. O que se verifica é uma proximidade muito boa entre os resultados, tanto para as placas de mesmas dimensões como para as placas de dimensões diferentes. Para o caso da placa de $1,20 \times 0,60$ m o valor ligeiramente maior para a placa da união tipo 1, é atribuído ao fato do comprimento da união ser maior e, portanto, o amortecimento introduzido pelas cantoneiras rebitadas também ser maior.

Como para as aplicações que se tem em vista (satélite, p.e.), os

componentes estruturais (placas tipo honeycomb) possuem fatores de perda médios modais da ordem de 0,01, pode-se garantir que os procedimentos apresentados fornecerão resultados dentro da faixa de precisão desejada.

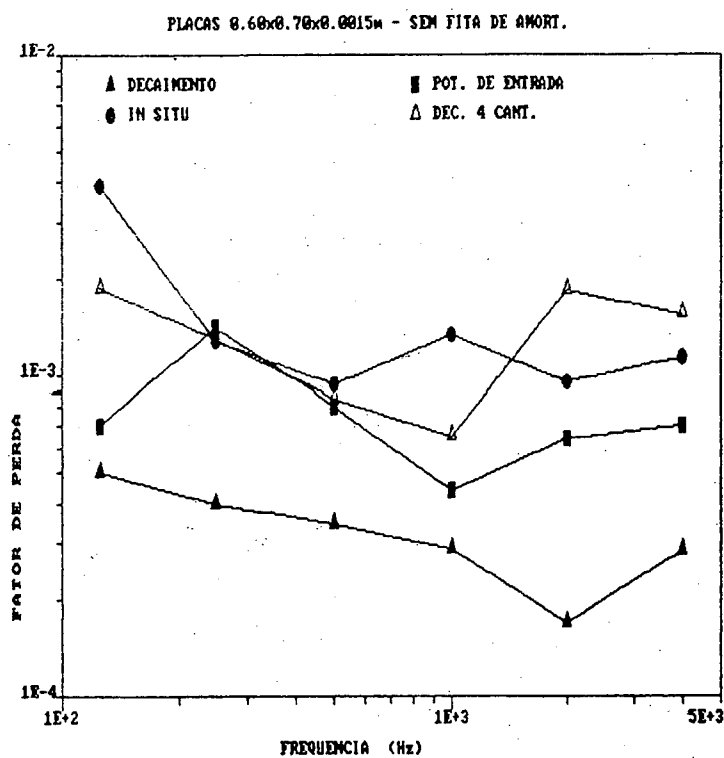


Figura 4.31 - Fator de perda - placa 0,6x0,7x0,0015m - sem amortecimento - comparação dos três procedimentos experimentais - banda de 1/1 de oitava.

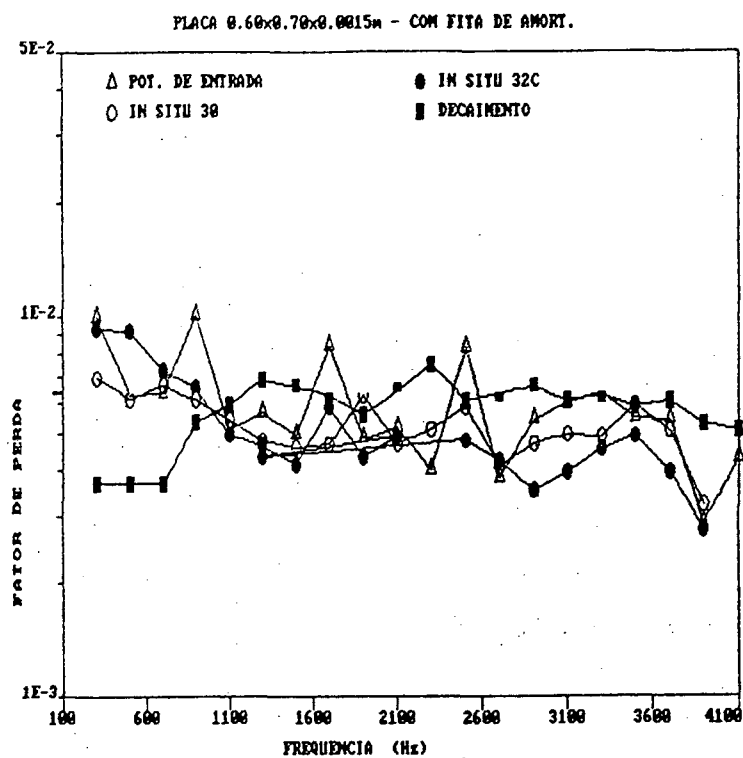


Figura 4.32 - Fator de perda - placa 0,6x0,7x0,0015m - com fita de alumínio - comparação dos três procedimentos experimentais - bandas de 200 Hz constante.

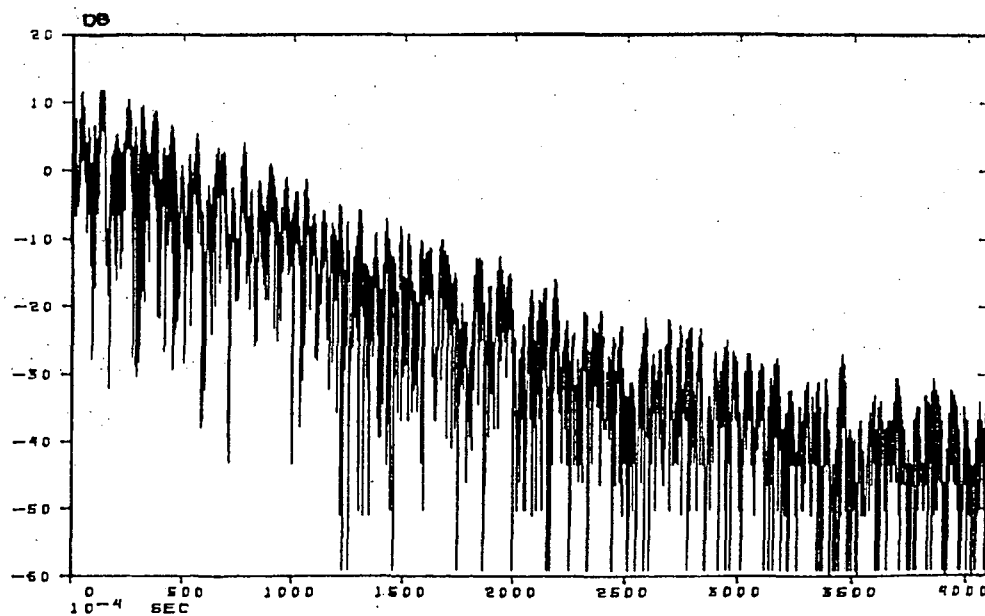


Figura 4.33 - Decaimento estrutural - $f_c = 800$ Hz - banda de 200 Hz - placa 0,60x0,70x0,0015m - com fita de alumínio.

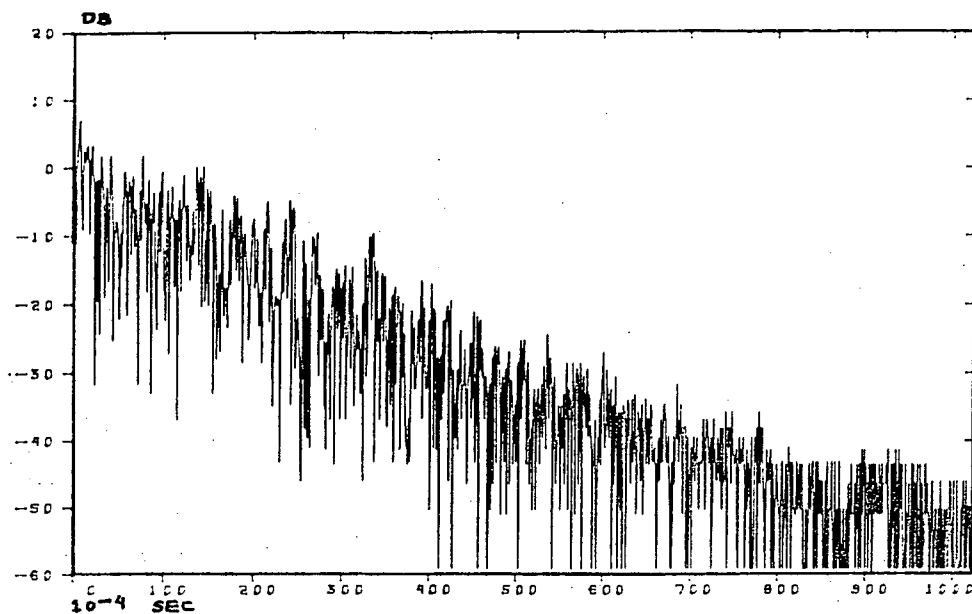


Figura 4.34 - Decaimento estrutural - $f_c = 4000$ Hz - banda de 200 Hz - placa 0,60x0,70x0,0015m - com fita de alumínio.

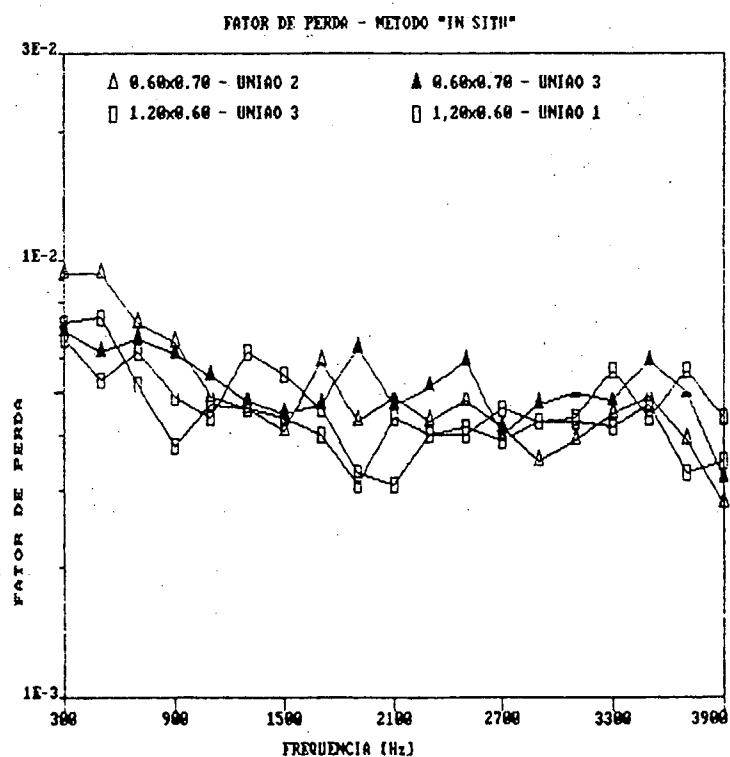


Figura 4.35 - Fator de perda - método "in situ" - placas 0,60x0,70 e 0,60x1,20 - uniões - tipo 1 e tipo 3.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DA ESTRUTURA TIPO CAIXA

De forma a se entender melhor a modelagem por SEA de um certo sistema, uma estrutura em forma de caixa foi analisada utilizando os resultados obtidos nos Capítulos 3 e 4. Os resultados preditos através da utilização do programa LVASEA, foram comparados aos valores medidos na estrutura excitada por um campo acústico difuso dentro de uma câmara acústica reverberante. Além da comparação feita em função dos resultados obtidos pelos dois métodos, uma análise de sensibilidade dos parâmetros do método também foi realizada.

5.1. ESTRUTURA TIPO CAIXA

A estrutura em estudo é composta de chapas de aço 1020, de espessura 0,0015 m e que estão unidas por cantoneiras de 0,02x0,02x0,0015 m rebitadas em espaçamento de 0,01 m (em média). Na sua forma final, a estrutura tem o formato de um sólido retangular com dimensões principais 1,20x0,60x0,70 m, sendo que uma placa é colocada internamente à estrutura distando 0,70 m de uma das placas de topo. A Fig. 1.1 apresenta um croqui da estrutura em questão.

Na Fig. 5.1 é apresentada uma vista explodida da modelagem em que foram utilizados 13 subsistemas para representar a estrutura tipo caixa. Esta modelagem é composta por 11 subsistemas do tipo placa plana e 2 do tipo cavidade tridimensional.

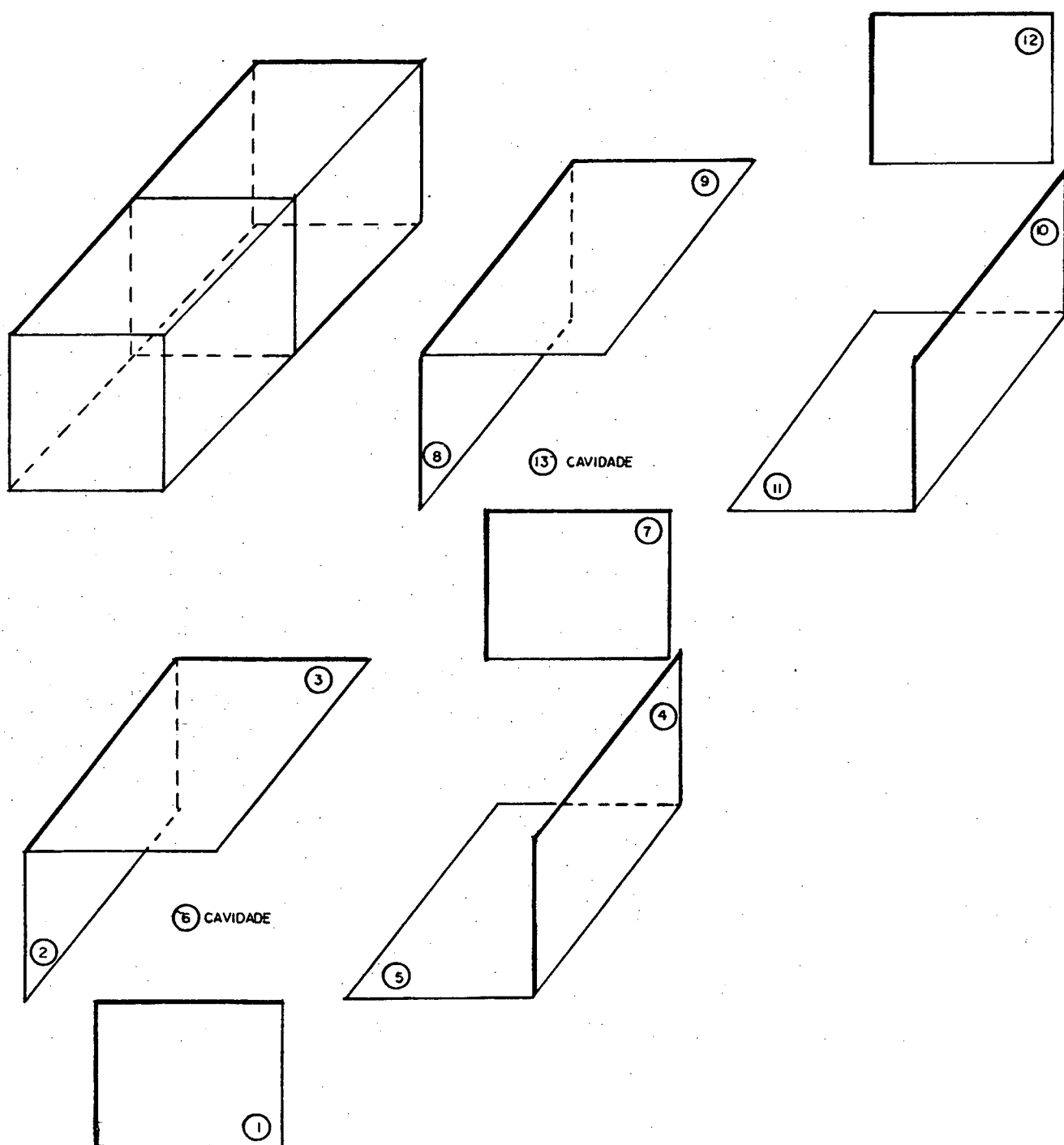


Figura 5.1 - Vista explodida da modelagem.

Com o propósito de aumentar o amortecimento das placas da estrutura tipo caixa, uma fita de alumínio de 50 mm de largura (marca 3M - mod. 425) foi colada nas bordas de todas as placas. Dessa forma, aumentou-se o valor do fator de perda garantindo a condição de fraco acoplamento entre estas placas. Tal situação pode ser verificada nas Figs. 5.2 e 5.3, onde são apresentadas a comparação entre o fator de perda e o fator de acoplamento para as placas 7 (interna) e 2 (externa), respectivamente. Além de garantir a condição de fraco acoplamento, estas fitas aumentaram o amortecimento das placas de forma a deixar o valor dos fatores de perda destas placas similares àqueles que seriam encontrados em placas tipo "honeycomb".

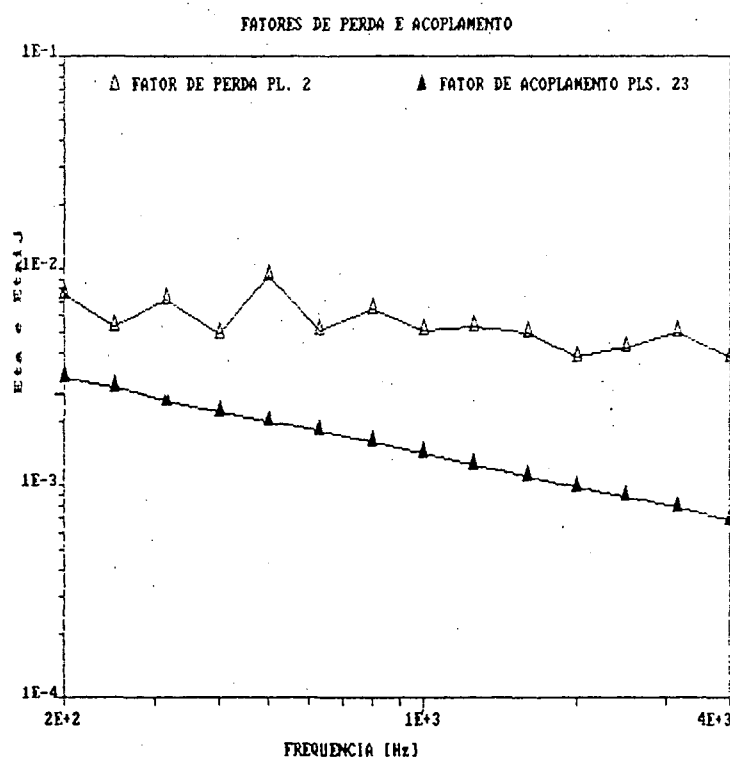


Figura 5.2 - Comparação entre o fator de perda e o fator de perda por acoplamento (placa interna).

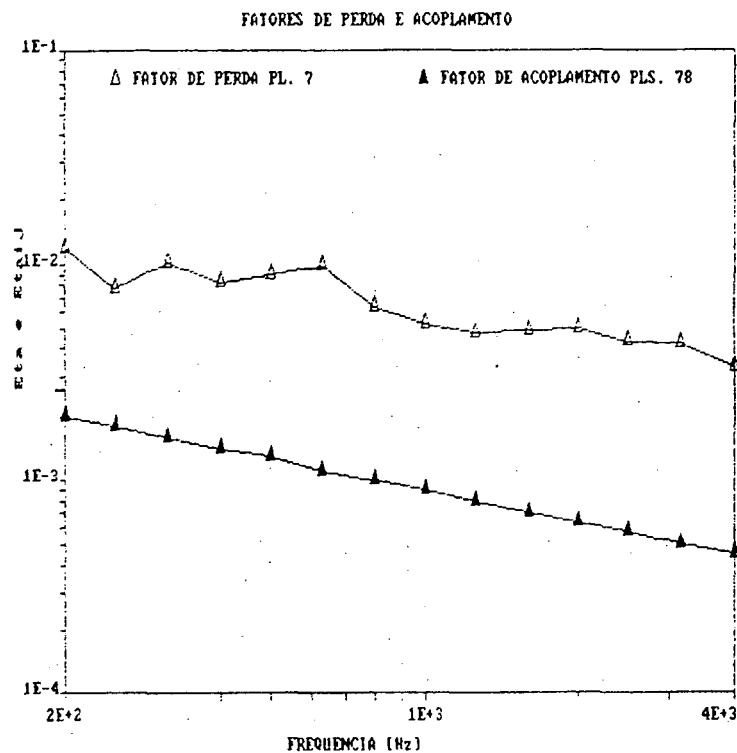


Figura 5.3 - Comparação entre o fator de perda e o fator de perda por acoplamento (placa externa número 2).

As tabelas 5.1 e 5.2 apresentam os dados para as placas e cavidades acústicas dos modelos com 13 subsistemas, os quais foram utilizados como dados de entrada do programa LVASEA. É interessante salientar que as placas utilizadas só levam em consideração o movimento de flexão, que é o tipo de movimento mais importante para o caso de placas excitadas acusticamente.

Tabela 5.1 - Parâmetros para o elemento tipo "placa plana à flexão".

Subsistema	Dimensões (mxm)	Espessura (m)	Área (m ²)	Perímetro (m)
1	0,60x0,70	0,0015	0,42	2,6
2	0,70x0,70	0,0015	0,49	2,8
3	0,60x0,70	0,0015	0,42	2,6
4	0,70x0,70	0,0015	0,49	2,8
5	0,60x0,70	0,0015	0,42	2,6
7	0,60x0,70	0,0015	0,42	2,6
8	0,70x0,50	0,0015	0,35	2,4
9	0,60x0,50	0,0015	0,30	2,2
10	0,70x0,50	0,0015	0,35	2,4
11	0,60x0,50	0,0015	0,30	2,2
12	0,60x0,70	0,0015	0,42	2,6

Tabela 5.2 - Parâmetros para o elemento tipo "cavidade tridimensional".

Subsistema	Dimensões (mxmxm)	Volume (m ³)	Soma das áreas (m ²)	Soma das arestas (m)
6	0,70x0,60x0,70	0,294	2,66	8,0
13	0,70x0,60x0,50	0,21	2,14	7,2

Para o material tipo aço, a seguinte tabela de propriedades foi utilizada:

Módulo de elasticidade - $E = 20,0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

Densidade - $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$

Velocidade de onda longitudinal - $c_L = 5050 \text{ m/s}$

A tabela 5.3 apresenta a distribuição do número de modos, por bandas de 1/3 de oitava, para os subsistemas dos modelos com 13 subsistemas. Em função do número de modos apresentados pelas placas, a região de frequência acima de 500 Hz será denominada de região de altas frequências. Por outro lado, a região de médias frequências será aquela abaixo de 500 Hz.

TABELA 5.3 - Número de modos para bandas de 1/3 de oitava.

Frequência central/ Subsistema		200 Hz	315 Hz	500Hz	1 kHz	4kHz
topo	1	4.4	6.9	10.9	21.8	87
lateral	2	5.1	8.0	12.7	25.4	102
lateral	3	4.4	6.9	10.9	21.8	87
lateral	4	5.1	8.0	12.7	25.4	102
lateral	5	4.4	6.9	10.9	21.8	87
cavidade	6	0.2	0.9	2.8	22.4	1434
interna	7	4.4	6.9	10.9	21.8	87
lateral	8	3.6	5.7	9.0	18.0	72
lateral	9	3.1	4.9	7.8	15.6	62
lateral	10	3.6	5.7	9.0	18.0	72
lateral	11	3.1	4.9	7.8	15.6	62
topo	12	4.4	6.9	10.9	21.8	87
cavidade	13	0.1	0.6	1.9	15.4	986
Δf		46 Hz	73 Hz	115 Hz	230 Hz	920 Hz

Para o caso de uma análise em banda constante de 200 Hz, a distribuição do número de modos de cada subsistema em função da frequência central da banda é apresentada na tabela 5.4. Dessa tabela, verifica-se que os subsistemas tipo placa apresentam mais do que 14 modos por banda, mesmo nas

médias frequências, enquanto que as cavidades acústicas só apresentam um número equivalente de modos acima da frequência de 1000 Hz.

TABELA 5.4 - Número de modos para bandas constantes de 200 Hz.

Frequência central/		200 Hz	315 Hz	500Hz	1 kHz	4kHz
Subsistema						
topo	1	19	19	19	19	19
lateral	2	22	22	22	22	22
lateral	3	19	19	19	19	19
lateral	4	22	22	22	22	22
lateral	5	19	19	19	19	19
cavidade	6	0.9	2.5	5	19	312
interna	7	19	19	19	19	19
lateral	8	16	16	16	16	16
lateral	9	14	14	14	14	14
lateral	10	16	16	16	16	16
lateral	11	14	14	14	14	14
topo	12	19	19	19	19	19
cavidade	13	0.5	1.6	3.4	13.4	214

Em função das conclusões apresentadas no Capítulo 4, somente valores analíticos para os parâmetros eficiência de irradiação e densidade modal foram utilizados nos modelos deste capítulo. Isto se deve ao fato de que os resultados analíticos e experimentais obtidos para estes dois parâmetros são bastante próximos, estando dentro da precisão esperada. No entanto, para o fator de perda por acoplamento, apesar do procedimento experimental ser confiável, foram usados tanto resultados analíticos como experimentais, e o comportamento dos modelos com cada um destes parâmetros foi avaliado. Para o

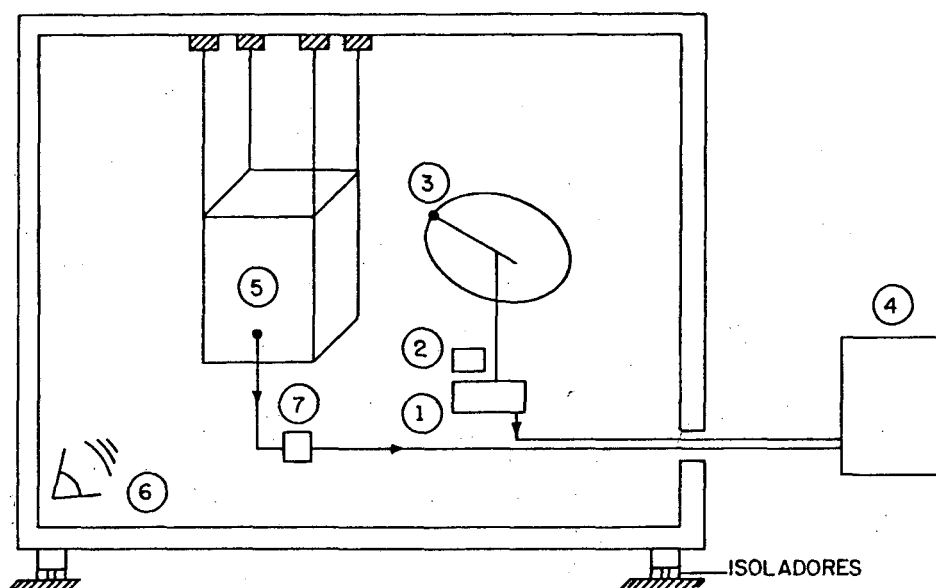
caso do fator de perda foram utilizados os resultados experimentais obtidos através do método de medição da potência de entrada "*in situ*" (item 4.4).

5.2. RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA A ESTRUTURA TIPO CAIXA

Neste item é apresentado o procedimento experimental utilizado para se determinar os valores de resposta da estrutura tipo caixa à um campo acústico difuso. Esta estrutura foi suspensa dentro da câmara reverberante do LVA-UFSC através de três fios de aço. A excitação acústica foi obtida utilizando-se duas caixas acústicas com alto-falantes de 12", construídas no LVA. Essas caixas foram alimentadas por um amplificador AP 100 (FRAHM). Para aumentar um pouco a excitação em médias frequências, foi utilizada também uma fonte sonora (B&K 4241) alimentada por um amplificador (B&K 2706). O sinal para o sistema de excitação foi fornecido por um gerador de sinais (B&K 1027) na forma de um ruído branco na faixa de 20 Hz a 20 kHz e filtrado por um filtro Wavetek Model 852 na faixa de 200 Hz a 4000 Hz. O espectro da pressão sonora foi obtido através de um microfone capacitivo de 1/2" fixo em uma mesa giratória (B&K 3922) e amplificado por um amplificador de potência (B&K 2807). O sinal assim obtido foi adquirido por um analisador de Fourier (HP 5451C) em 2048 pontos e frequência máxima de 5000 Hz (Fig. 5.4).

A calibração do sinal de pressão sonora foi realizada através de um calibrador (B&K 4230) que fornece 93,8 dB a 1000 Hz, ou seja, $0,96 \text{ N}^2/\text{m}^4$ a 1000 Hz.

Para assegurar que o sinal também estava calibrado por faixa de frequência, uma verificação foi realizada utilizando-se uma fonte de referência (B&K HP 1001) e um amplificador de referência (B&K 4205). Os valores obtidos por faixa de oitava mostraram-se coerentes com aqueles obtidos na calibração na frequência de 1000 Hz. Estes valores de calibração foram obtidos, primeiramente, com um voltímetro eletrônico (B&K 2425), e em seguida com o analisador de Fourier (HP 5451C).



1-MESA GIRATÓRIA-B&K3922
 2-PRÉ-AMPLIFICADOR-B&K2807
 3-MICROFONE 1/2"-B&K4165
 4-ANALISADOR DE FOURIER-HP5451C

5-ACELERÔMETRO-B&K4375
 6-ALTO-FALANTE
 7-PRÉ-AMPLIFICADOR-B&K2635

Figura 5.4 - Instrumentação para medição da aceleração e da pressão sonora.

O sinal de aceleração obtido pelo acelerômetro B&K 4366 foi calibrado através de um calibrador de referência (B&K 4291), que fornece 10 m/s^2 pico na frequência de 80 Hz.

Para garantir que os valores de pressão sonora obtidos sejam confiáveis eles devem ser adquiridos em 6 pontos estatisticamente independentes, segundo a norma ISO 3741 [56]. São considerados estatisticamente independentes aqueles pontos que distem de meio comprimento de onda entre si, e de qualquer parede do recinto. Como o valor de frequência mais baixo adquirido foi de 200 Hz, o raio de giro do microfone deve ser de no mínimo 0,8 m. Mesmo assim, o raio de giro do microfone foi ajustado em um metro e o tempo de

aquisição compatibilizado com o número de posições desejadas do microfone. Os valores de pressão sonora assim adquiridos (espectro de excitação), são apresentados nas Figs. 5.5 e 5.6 em bandas de 1/3 de oitava e 200 Hz constante.

Os valores de aceleração das placas externas foram determinados através de um acelerômetro B&K 4375 (de baixa massa), e a média obtida de 10 pontos de medição em cada placa. Para a placa interna a medição foi realizada através de 4 acelerômetros B&K 4366 fixos através de cianocrilato. É importante salientar que para os valores de aceleração medidos na placa interna deve ser feita uma correção, devido à adição de massa proporcionada pelo acelerômetro (cerca de 29g), [51], [64].

$$\langle a^2 \rangle = \left[1 + \left(\frac{m \cdot f}{14,5 h^2} \right)^2 \right] \langle a_m^2 \rangle \quad (5.1)$$

onde: $\langle a^2 \rangle$ = aceleração quadrática correta

$\langle a_m^2 \rangle$ = aceleração quadrática medida

m = massa do acelerômetro (kg)

f = frequência central (Hz)

h = espessura da placa (mm)

Na Fig. 5.7, dois resultados de medição de aceleração são apresentados, um referente à placa 1 (externa) e outro à placa 7 (interna), em banda constante de 200 Hz. É importante salientar, na comparação entre as Figs. 5.6 e 5.7, a coerência entre os espectros de pressão sonora e aceleração, que são maiores no início do espectro, decaem nas médias frequências e sobem um pouco nas altas frequências, voltando a cair depois.

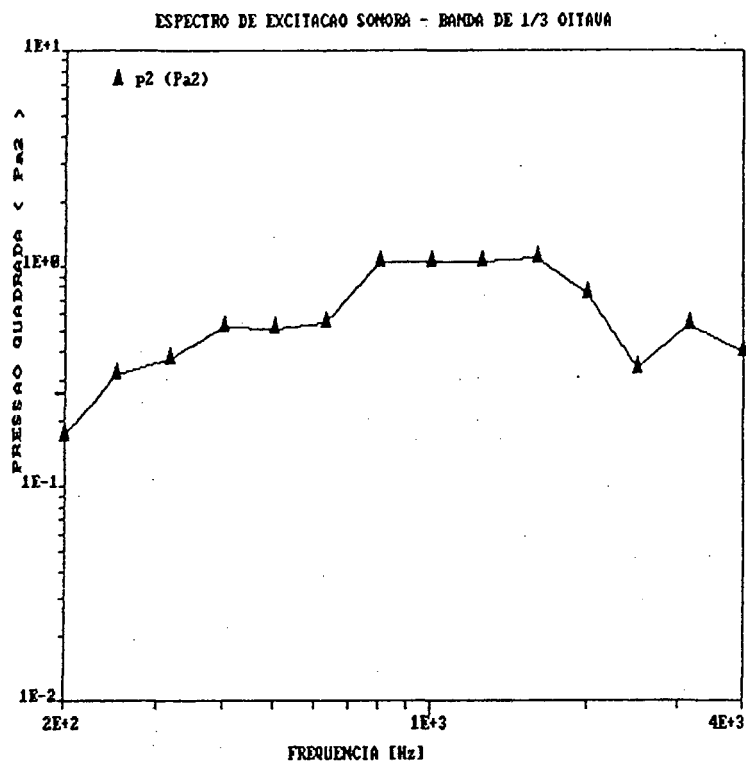


Figura 5.5 - Espectro de excitação sonora - banda de 1/3 de oitava.

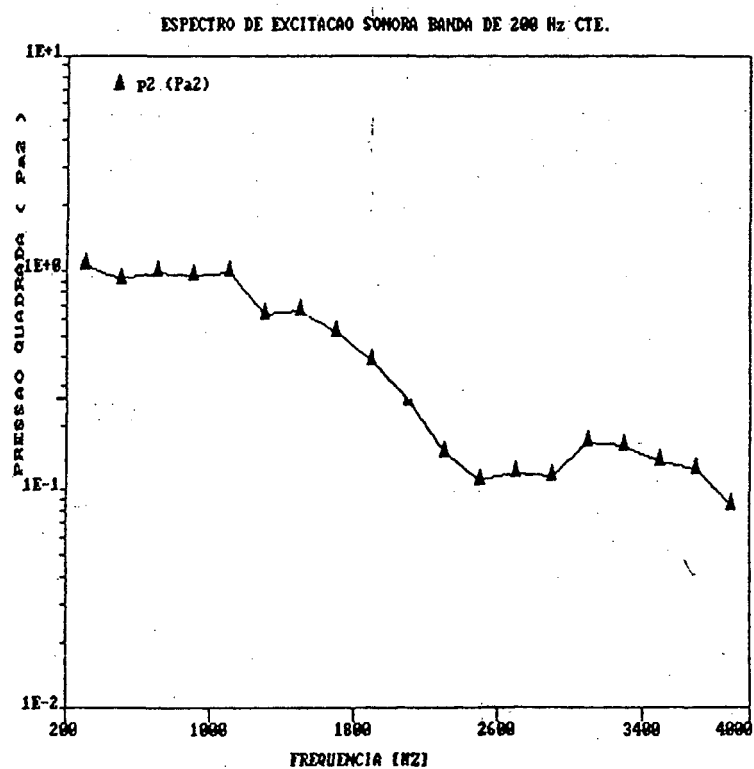


Figura 5.6 - Espectro de excitação sonora - banda de 200 Hz constante.

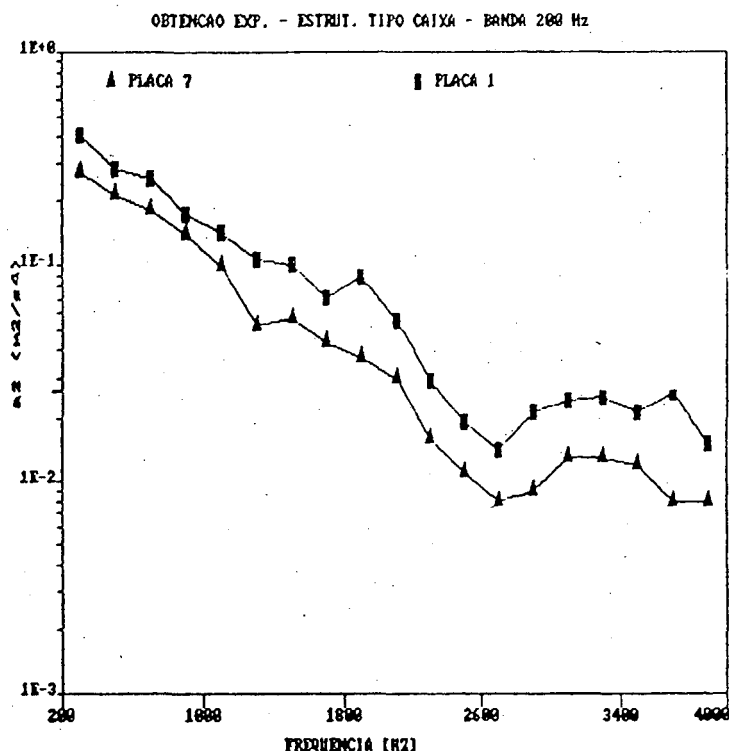


Figura 5.7 - Aceleração experimental - placa 1 (externa) e placa 7 (interna).

5.3. MODELAGEM USANDO O PROGRAMA LVA SEA

De modo a verificar as premissas básicas da SEA, a estrutura tipo caixa foi modelada de diversas formas e vários parâmetros foram analisados. Na primeira série de modelos, procurou-se verificar a precisão dos parâmetros usados no modelo SEA, comparando as predições com os resultados experimentais, tendo como objetivo determinar até que ponto um resultado analítico pode ser usado no modelo e quando devem ser usados resultados experimentais. Como regra geral, os resultados analíticos utilizados são aqueles apresentados no Capítulo 3 e se encontram no software LVASEA.

A tabela 5.5 apresenta um resumo sobre o tipo de resultado (experimental ou analítico) que foi utilizado para os parâmetros de cada um dos modelos analisados, juntamente com o número de subsistemas e o tipo de banda

utilizado na análise.

TABELA 5.5 - Resumo das modelagens analisadas.

Modelg.	N. de subsistemas	banda de análise	Efic. de irradiação	Densidade modal	Fator de perda	Fator de acoplamento
12	13	1/3 oitava	teórica	teórica	experim. tab. 5.6	teórica exps. 3.61
9	13	1/3 oitava	teórica	teórica	experim. tab. 5.6	experimentais valores médios tab. 5.7
13	13	1/3 oitava	teórica	teórica	experim. tab. 5.6	experimentais tab. 5.8
14	9	1/3 oitava	teórica	teórica	experim.	experimental valores médios
15	6	1/3 oitava	teórica	teórica	experim.	experimental valores médios
11	13	200 Hz constante	teórica	teórica	experim.	experimental valores médios tab. 5.7

5.3.1. Modelos com 13 subsistemas - análise em bandas de 1/3 de oitava

O primeiro modelo, que recebeu o código MODELG. 12, utiliza além dos valores de fator de perda apresentados na tabela 5.6, o fator de acoplamento calculado diretamente pelo programa através das equações 3.55 e 3.61, e a densidade modal e a eficiência de irradiação calculadas pelo LVASEA.

TABELA 5.6 - Fator de perda ($\div 10^{-3}$) utilizado nos modelos com 13 subsistemas.

f(Hz)	Placas 1, 3, 5, 12	Placas 2, 4	Placas 8, 9, 10, 11	Placa 7	Cavidade 6	Cavidade 13
200	8,3	7,6	7,3	12,2	0,23	0,49
250	8,1	5,4	6,2	7,7	0,18	0,4
315	7,9	7,2	6,9	10,2	0,14	0,31
400	5,3	4,9	6,9	8,3	0,11	0,24
500	5,5	9,2	4,8	9,0	0,09	0,2
630	7,1	5,1	6,4	9,8	0,072	0,16
800	5,9	6,4	7,1	6,3	0,06	0,12
1000	5,9	5,1	8,2	5,3	0,04	0,1
1250	5,0	5,4	5,8	4,7	0,036	0,08
1600	4,7	5,0	4,9	4,8	0,028	0,061
2000	5,4	3,9	4,8	4,9	0,02	0,05
2500	6,3	4,3	5,3	4,3	0,018	0,04
3150	5,7	5,0	6,6	4,2	0,014	0,03
4000	5,4	3,8	3,0	3,3	0,01	0,025

Os fatores de perda, para os subsistemas tipo placa, apresentados na tabela 5.4 foram obtidos através do método de medição da potência de entrada "in situ" (item 4.4). Para o caso das cavidades tridimensionais, o fator de perda foi estimado segundo a expressão [37]:

$$\eta = 13,66 \cdot \frac{V \cdot S \cdot \bar{a}}{f_c} \quad (5.2)$$

onde: V é o volume da cavidade (m^3);

S é a área das paredes da cavidade (m^2);

\bar{a} é a absorção média das paredes;

f_c é a frequência central da banda de análise.

Para o caso do aço, a ref. [43] fornece um valor de absorção acústica de 0,03. Os valores de fator de perda da tabela 5.4 foram utilizados para todos os modelos com 13 subsistemas e estendidos para os subsistemas equivalentes dos modelos com menor número de subsistemas.

Nas Figs. 5.8 e 5.9 são apresentadas comparações entre os resultados obtidos pela MODELG. 12 e os valores experimentais medidos na placa externa (nº 4) e na placa interna (nº 7). Como pode ser verificado, os resultados obtidos apresentam boa concordância para a placa externa e uma concordância razoável para a placa interna. Isto se deve à importância do fator de acoplamento na resposta da placa interna, ou seja, toda energia que chega na placa interna é via acoplamento, ou via placa-placa, ou via placa-cavidade. Sendo assim, o amortecimento estrutural (fator de perda) e o amortecimento por acoplamento (fator de acoplamento) terão importância similar na definição da resposta desta placa. Tal comportamento é justificável através da analogia térmica [62], segundo a qual, se um sistema for aquecido, ele irradiará parte dessa energia térmica e transmitirá uma outra parte por condução para um outro subsistema. Dessa forma, esse subsistema só receberá calor devido à condução térmica.

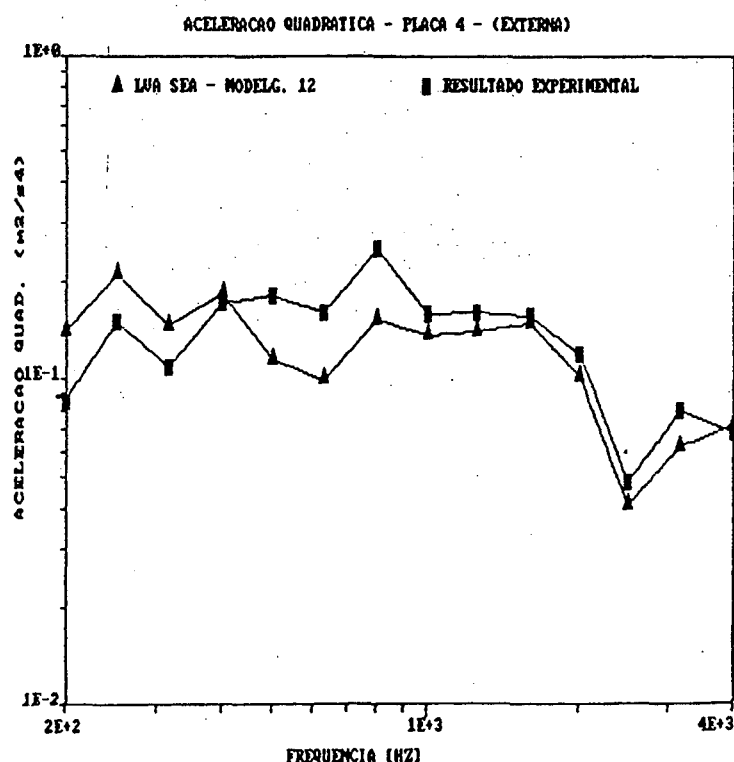


Figura 5.8 - Aceleração média ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 4 - MODELG.12.

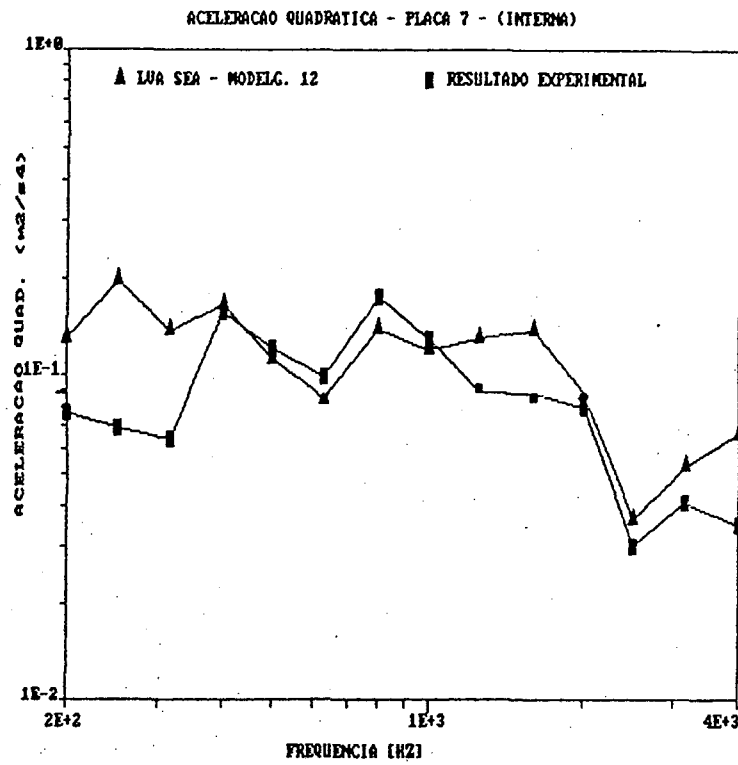


Figura 5.9 - Aceleração média ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 7 - MODELG.12.

Com o propósito de melhorar os resultados para a placa interna, valores experimentais, determinados com o procedimento do item 4.3, para o coeficiente de transmissão placa-placa foram utilizados na MODELG. 9. Tais valores levam em conta os diferentes tipos de união que existem na estrutura, como apresentado no item 4.3. Sendo assim, para cada grupo de uniões similares, um coeficiente de transmissão (listado na tabela 5.7), constante ao longo do eixo de frequências, foi utilizado para calcular o fator de acoplamento (equação 3.61).

As Figs. 5.10 e 5.11 apresentam os resultados da MODELG. 9 para as placas 9 (externa) e placa 7 (interna). Como pode ser verificado, os resultados para a placa externa apresentam uma variação de 2,0 dB na região de frequências acima de 400 Hz e 1,0 dB acima de 1000 Hz, em faixa de 1/3 de oitava. Para a placa interna, os resultados são melhores do que aqueles obtidos na MODELG. 12,

sendo o desvio máximo na região acima de 1000 Hz da ordem de 2,5 dB. Vale a pena lembrar que os valores médios obtidos para a placa interna são resultados da média de somente quatro pontos de medição, sendo que os valores obtidos para as placas externas são oriundos da média de dez pontos de medição. Esse número de pontos de medição acarreta uma precisão maior para a média espacial do valor experimental de aceleração das placas externas.

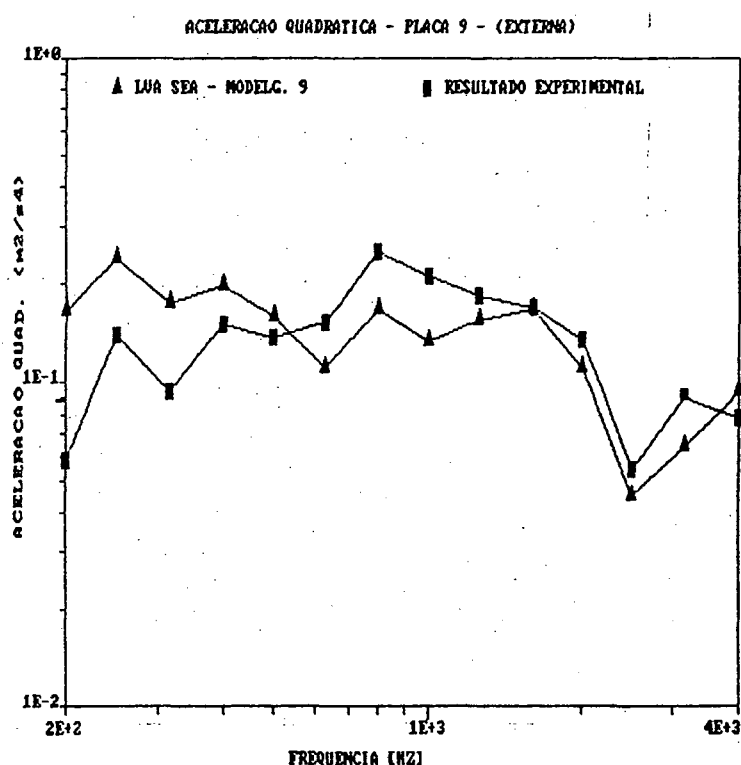


Figura 5.10 - Aceleração média ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 9 - MODELG. 9.

Na MODELG. 13, o coeficiente de transmissão foi variado também em função da frequência. Os valores obtidos para as uniões típicas analisadas no item 4.3 foram assim assumidos como a melhor aproximação para os coeficientes de transmissão da estrutura tipo caixa. Os valores utilizados estão listados na tabela 5.8. Nesta tabela são omitidos o número das placas unidas, já que os índices são iguais àqueles da tabela 5.7. Os valores para os outros parâmetros utilizados nesse modelo são iguais aos utilizados nas MODELG. 12 e MODELG. 9.

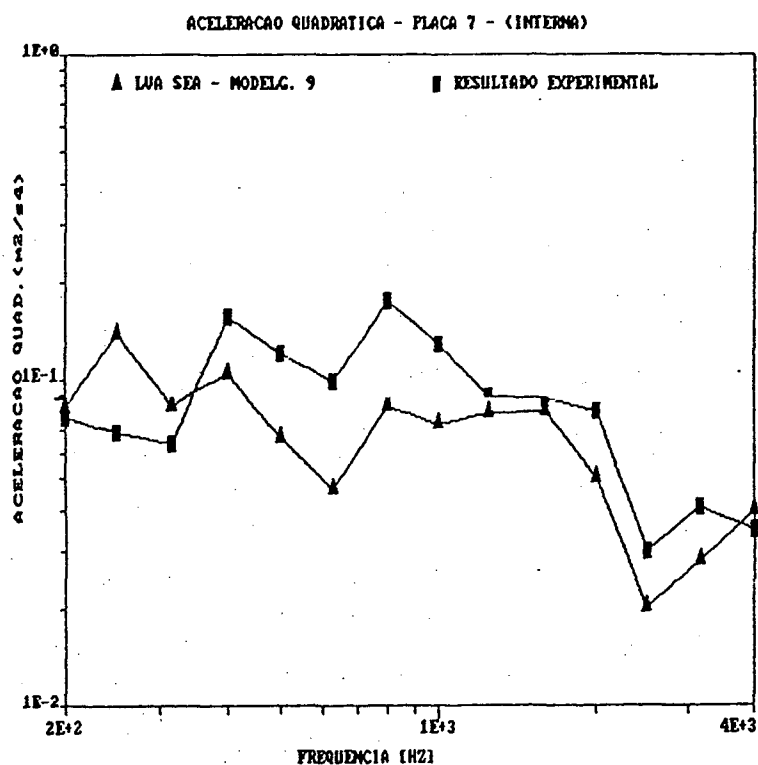


Figura 5.11 - Aceleração média ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 7 - MODELG. 9.

TABELA 5.7 - Coeficientes de transmissão (MODELG. 9).

União	Unões (placas acopladas)	Coeficiente de transmissão
3	0102, 0104, 0103, 0105, 0812, 1012, 0912, 1112	0,077
2(12)	0207, 0407, 0307, 0507	0,038
2(13)	0708, 0710, 0709, 0711	0,046
1	0504, 0502, 0304, 0302, 1108, 1110, 0908, 0910	0,082
4	0511, 0309, 0208, 0410	0,197

Na Tabela 5.7, a coluna central apresenta as placas que estão acopladas na estrutura tipo caixa. Os dois primeiros números representam a numeração de uma placa e os dois últimos a numeração da outra placa acoplada.

TABELA 5.8 - Coeficientes de transmissão - MODELG. 13.

f(Hz)	União 1	União 4	União 3	União 2(12)	União 2(13)
200	0,086	0,129	0,086	0,0153	0,077
250	0,09	0,149	0,09	0,006	0,045
315	0,085	0,153	0,085	0,008	0,056
400	0,114	0,272	0,114	0,021	0,033
500	0,193	0,258	0,193	0,041	0,034
630	0,116	0,125	0,116	0,039	0,032
800	0,122	0,154	0,122	0,014	0,084
1000	0,109	0,164	0,109	0,027	0,047
1250	0,084	0,182	0,084	0,036	0,044
1600	0,085	0,196	0,085	0,042	0,043
2000	0,088	0,175	0,088	0,044	0,050
2500	0,076	0,221	0,076	0,043	0,063
3150	0,107	0,326	0,107	0,075	0,043
4000	0,053	0,106	0,053	0,033	0,024

Na tabela 5.8, os valores do coeficiente de transmissão para as uniões 1 e 3 são considerados iguais. Isto objetiva analisar uma situação prática em que somente algumas juntas típicas são disponíveis para medições. Em vista disso, as juntas semelhantes terão valores de coeficiente de transmissão iguais. Os resultados obtidos para as placas 7 (interna) e 9 (externa) são apresentados nas Figs. 5.12 e 5.13, respectivamente. Como pode ser verificado, os resultados para a placa interna ficaram bem mais próximos dos experimentais do que os obtidos pela MODELG. 9.

A comparação dos erros, em dB, entre os resultados preditos pelas MODELG. 9 e MODELG. 13 e os resultados experimentais, são apresentados nas

Figs. 5.14 e 5.15. Nestas figuras, as comparações apresentadas se referem às placa 9 e 7. O erro médio, acima da frequência de 400 Hz, para a placa 9 foi de 1,0 dB, utilizando os resultados da MODELG. 9, e de 1,1 dB, ao serem usados os resultados da MODELG. 13. Similarmente, para o caso da placa 7 (interna), o erro médio, acima de 400 Hz, foi de 1,8 dB para a MODELG. 9 e 0,9 dB para a MODELG. 13. Assim sendo, uma modelagem similar a MODELG. 13 será muito útil nas fases finais de projeto, pois os erros médios a ela associados situam-se dentro da faixa dos erros inerentes ao método. Por outro lado, uma modelagem similar a MODELG. 9 ou a MODELG. 12, são mais úteis para as fases iniciais de projeto, devido ao menor trabalho envolvido neste tipo de modelagem.

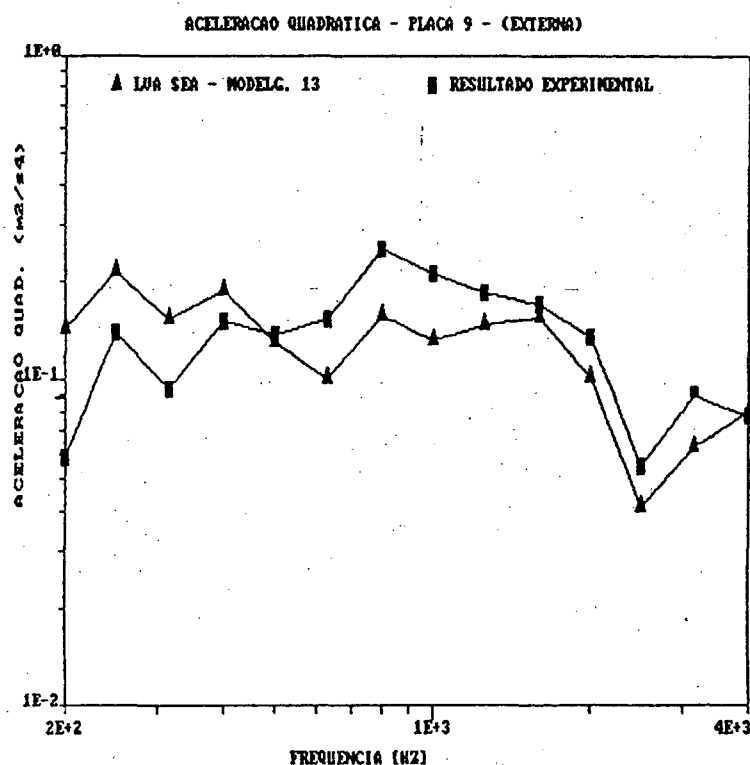


Figura 5.12 - Aceleração média ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 9 - MODELG. 13.

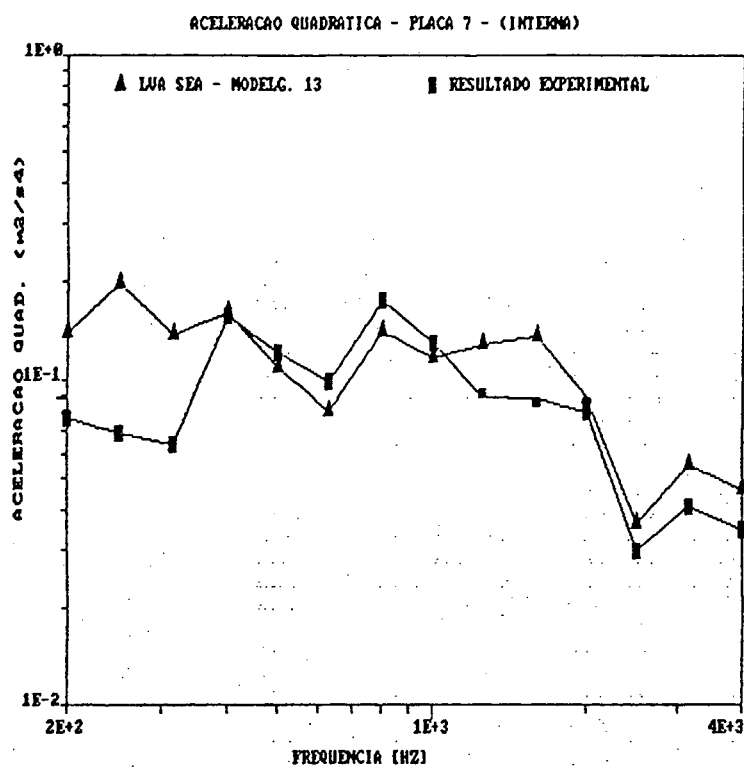


Figura 5.13 - Aceleração média ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 7 - MODELG. 13.

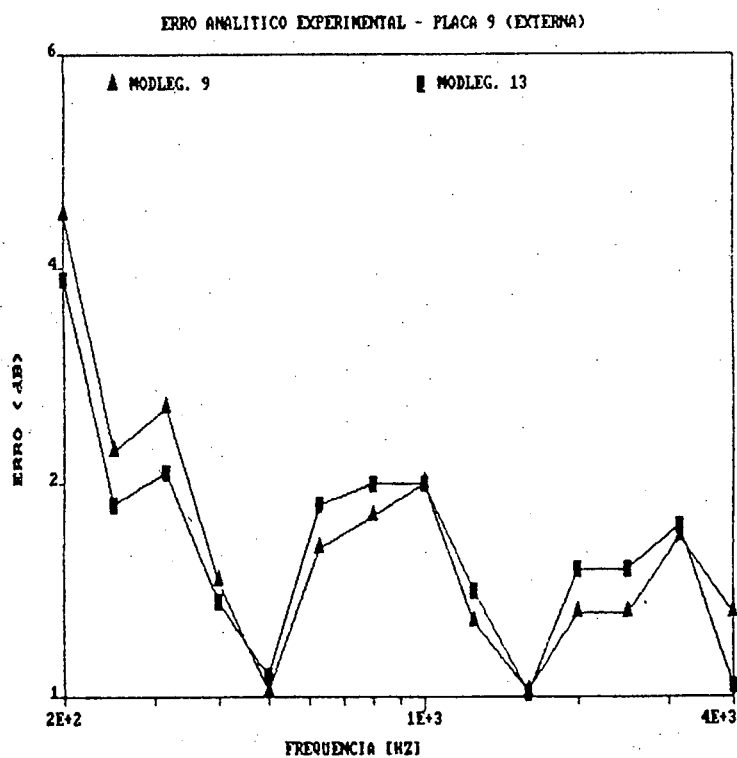


Figura 5.14 - Comparação entre os valores experimentais e analíticos - placa número 9 - MODELG. 9 e MODELG. 13 - erro = $10 \log (\text{valor analítico/valor experimental})$.

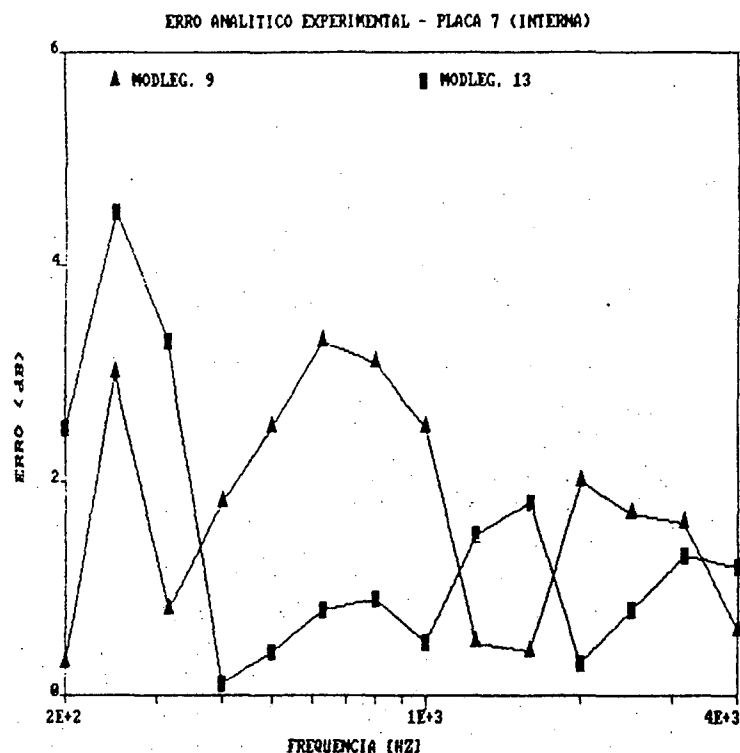


Figura 5.15 - Comparação entre os valores experimentais e analíticos - placa número 7 - MODELG. 9 e MODELG. 13 - erro = $10 \log$ (valor analítico/valor experimental).

Um dos erros existentes nas modelagens realizadas está na não consideração da dissipação de energia nas juntas. Esse tipo de dissipação é levado em conta, parcialmente, na determinação do fator de perda "*in situ*". No entanto, na estrutura real, as quatro bordas estão unidas e a dissipação de energia é maior do que aquela determinada na medição da potência de entrada "*in situ*", devido a presença das outras cantoneiras e rebites. Tendo em vista, porém, que a ordem de grandeza desse erro é pequena quando comparada aos erros inerentes ao método, um refinamento similar ao sugerido na ref. [65] não é de muita utilidade para um modelo como o analisado.

Uma outra fonte de imprecisão dos resultados é a determinação da potência introduzida (W^e). Isso se deve ao fato de que a potência introduzida

por um campo acústico em uma placa (expressão 3.72) é fortemente dependente da eficiência de irradiação da placa. Como os resultados de eficiência de irradiação, que são utilizados, se referem a uma placa apoiada, e as placas do modelo estudado não podem ser consideradas nem totalmente apoiadas e nem mesmo engastadas, o valor real da eficiência de irradiação real é levemente maior do que o utilizado. Timmel [63] avaliou a diferença existente entre o valor da eficiência de irradiação de uma placa apoiada e uma engastada, e verificou que o valor para a placa engastada é 1,0 dB maior em $f = 0,1 f_{CR}$ e 0,3 dB maior em $f = 0,5 f_{CR}$. Considerando que as placas analisadas estão em uma condição intermediária entre apoio e engaste, o valor correto para a eficiência de irradiação pode ser considerado 0,5 dB maior em $f = 800$ Hz e 0,15 dB maior em $f = 4000$ Hz, do que aqueles utilizados. No entanto, tais erros também podem ser classificados como erros de imprecisão do método.

Um segundo ponto a ser analisado na eficiência de irradiação é o comportamento da curva experimental abaixo de $0,1 f_{CR}$. Como apresentado nas Figs. 4.2 e 4.5 e na ref. [63], essa curva varia bastante nessa faixa, caracterizando uma outra fonte de erro na região de médias frequências. Isto porque os resultados utilizados nestes modelos são valores teóricos que apresentavam uma curva com um comportamento mais suave, abaixo de $f = 0,1 f_{CR}$ ($f = 800$ Hz). Apesar da diferença, entre os resultados teóricos e experimentais de eficiência de irradiação, os modelos teóricos deste item não apresentaram diferenças marcantes nas frequências centrais das bandas, com a maioria dos subsistemas com mais de 8 modos ($f > 400$ Hz). Por outro lado, abaixo da frequência de 400 Hz, região definida como de médias frequências, os erros aumentam sugerindo a utilização de uma outra abordagem para o estudo da resposta.

5.3.2. Redução do número de subsistemas

Uma das idéias que podem ser sugeridas para se agilizar a tarefa de modelagem da estrutura, é a redução do número de subsistemas em um único

modelo. Neste item, alguns aspectos de tal procedimento são discutidos.

A MODELG. 14 apresenta um modelo com 9 subsistemas, sendo que a mudança foi no sentido de considerar as placas laterais não subdivididas em duas, e sim, como um único subsistema. Para entender melhor esta modificação basta comparar as Figs. 5.1 e 5.16.

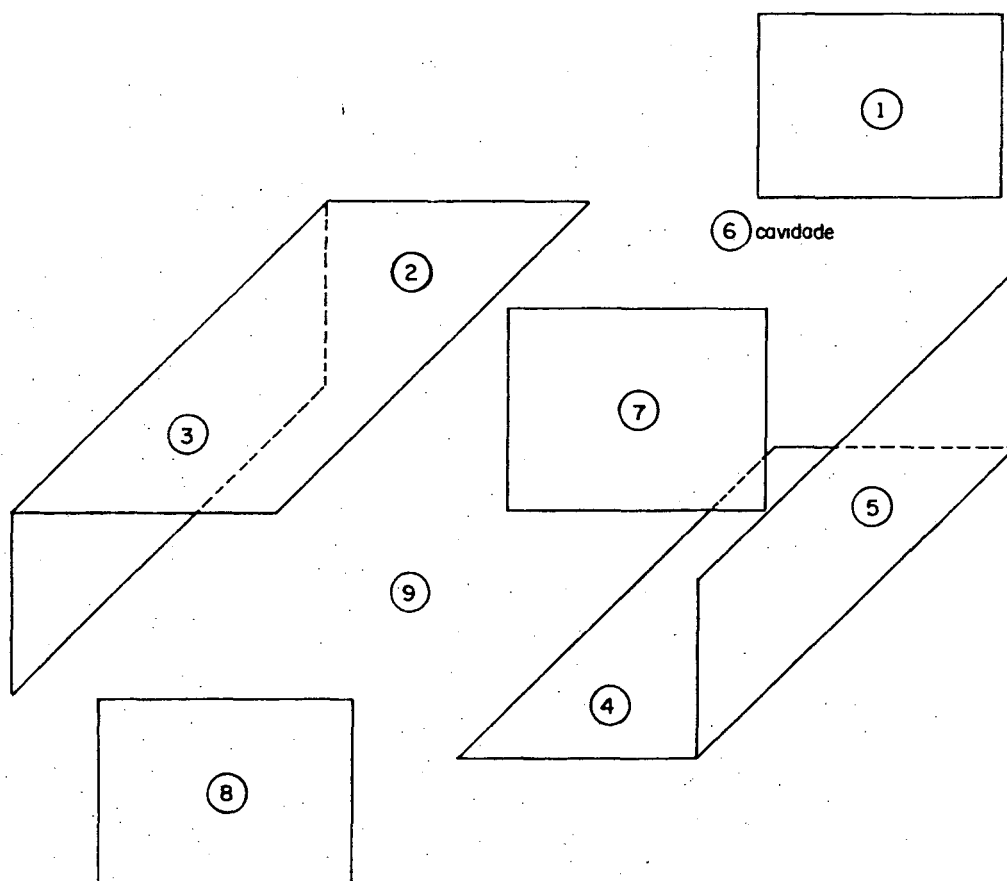


Figura 5.16 - Vista explodida da modelagem com 9 subsistemas.

Na MODELG. 14 os valores dos parâmetros da SEA utilizados foram os mesmos da MODELG. 9. No entanto, para as placas que foram consideradas unidas (2, 3, 4 e 5), utilizou-se o valor do fator de perda também para a medição em que essa placa foi considerada inteira (exp. 32C - item 4.4), o mesmo ocorrendo com o fator de acoplamento. Dessa forma, não são esperadas grandes variações proporcionadas pelos valores dos parâmetros da SEA, ao serem comparadas as

predições obtidas pelas MODELG. 9 e MODELG. 14.

Cabe nesse ponto do trabalho ser realizada uma observação interessante sobre a determinação dos fatores de perda e acoplamento da união tipo T (uniões tipo 2 e 4 - item 4.3). A tabela 5.9 apresenta alguns valores de η_2 e η_3 obtidos analisando a união em T, formada por três subsistemas (união tipo 4) e valores de η_2 para o caso da análise da união em T, formada por dois subsistemas (união tipo 2). Lembrando que as placas 2 e 3 da união tipo 4 formam a placa 2 da união tipo 2, verifica-se na tabela 5.9 que o valor do fator de perda da placa 2 da união tipo 2 pode ser determinado através da média ponderada dos valores do fator de perda das placas 2 e 3 da união tipo 4, sendo que os pesos nessa média são as áreas das placas correspondentes.

TABELA 5.9 - Comparação dos valores de fator de perda para as uniões tipo 2 e 4.

f(Hz)	η_2 União 4	η_3 União 4	η_2 União 2
400	0,0079	0,00529	0,00668
800	0,00628	0,00858	0,00727
1200	0,00537	0,00553	0,00538
1600	0,00585	0,00381	0,00490
2000	0,00416	0,00537	0,00465
2400	0,00352	0,00601	0,00455
2800	0,00494	0,00565	0,00526

Uma verificação semelhante à do fator de perda pode ser feita para o fator de acoplamento, ou então, para o coeficiente de transmissão. No caso do coeficiente de transmissão, verifica-se, na tabela 5.10, que o valor desse coeficiente entre as placas 1 e 2 da união tipo 2 é igual à soma do coeficiente

entre as placas 1 e 2 (união tipo 4) com o respectivo coeficiente entre as placas 1 e 3 da união tipo 4.

Essa coerência entre os resultados para os fatores de perda e acoplamento, utilizando 2 ou 3 subsistemas para analisar uma mesma união, demonstram a confiabilidade do procedimento de medição da potência de entrada "in situ" (item 4.3) e que os erros, que por ventura ocorram na MODELG. 14, não são decorrentes destes parâmetros.

TABELA 5.10 - Comparação dos valores do coeficiente de transmissão para as uniões 2 e 4.

f(Hz)	τ_{12} União 4	τ_{13} União 4	τ_{12} União 2
400	0,02691	0,03463	0,06217
1200	0,03177	0,04582	0,07802
2000	0,04257	0,05358	0,09747
2600	0,05051	0,04902	0,09992
3400	0,03565	0,03701	0,07132
média	0,0383	0,0456	0,084

As Figs. 5.17 e 5.18 apresentam os valores obtidos para as placas 3 (externa) e 7 (interna) utilizando os dados da MODELG. 14. Comparando estes valores com os obtidos experimentalmente, verifica-se um erro de 3,0 dB em média, mesmo acima de 1000 Hz, para a placa interna.

Já para a placa externa esse erro não é tão grande, inclusive diminuindo com o aumento da frequência. Como não são esperados erros nos fatores de perda e acoplamento, sugere-se que esse erro esteja relacionado a erros na determinação da potência fornecida. Como a potência fornecida depende

da eficiência de irradiação, essa diferença deve-se, em parte, ao fato de que os valores de eficiência de irradiação calculados pelo LVASEA não levam em consideração o apoio intermediário das placas laterais na MODELG. 14.

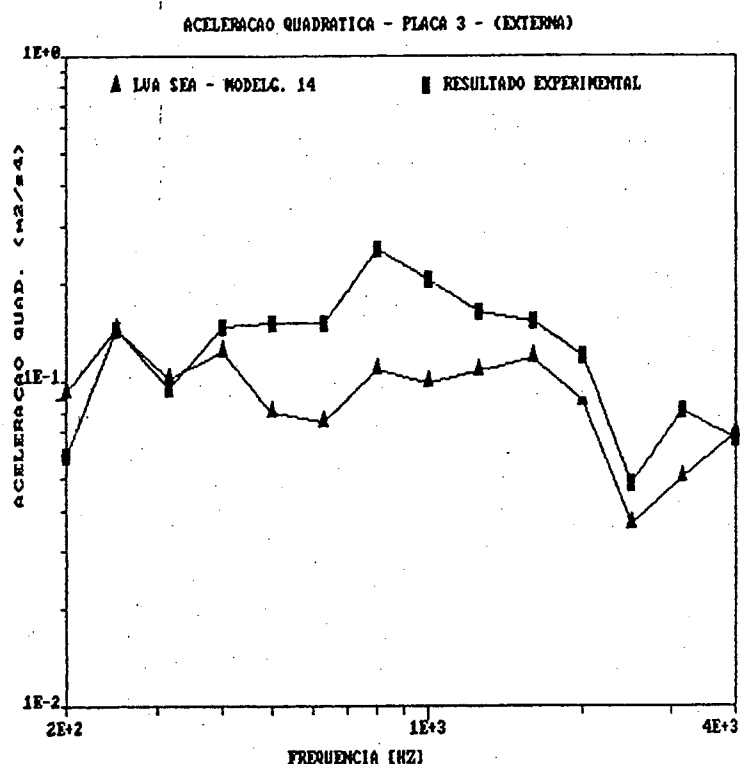


Figura 5.17 - Aceleração ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 3 (externa) - MODELG. 14.

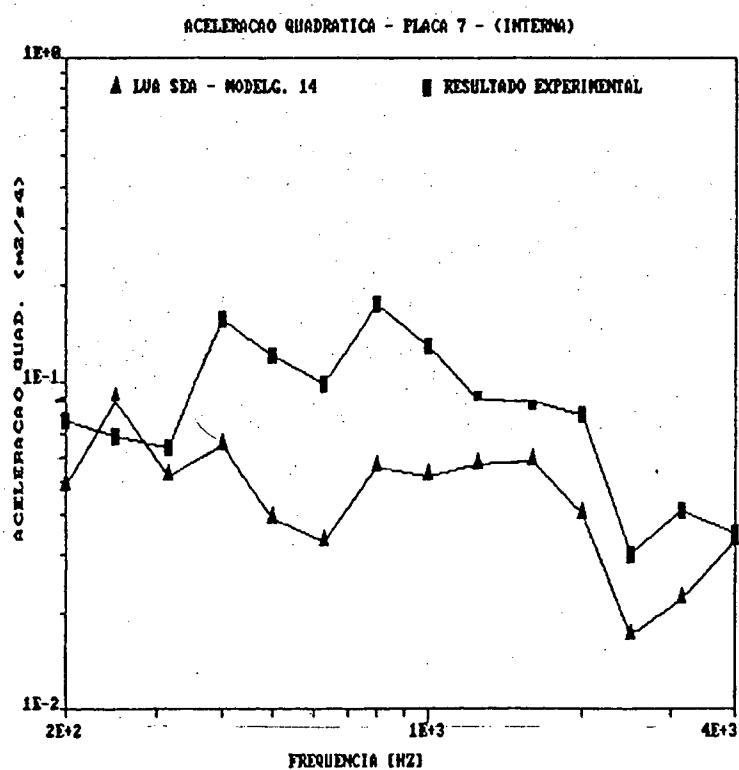


Figura 5.18 - Aceleração ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 7 (interna) - MODELG. 14.

A MODELG. 15 apresenta 6 subsistemas, distribuídos conforme apresentado na Fig. 5.19. Tal modelo considera toda a lateral da estrutura tipo caixa como um subsistema único. De forma a simplificar a análise, a potência introduzida foi considerada a mesma de uma placa plana de área e perímetro idênticos ao da lateral inteira. Em termos de eficiência de irradiação, despreza-se a frequência de anel (ref. [67]) e o fato da lateral não ser nem um cilindro e nem uma placa plana. Novamente os valores dos parâmetros utilizados são semelhantes aos das MODELG. 9 e MODELG. 14. As Figs. 5.20 e 5.21 apresentam os resultados obtidos para as placas 2 (lateral inteira) e 3 (interna). Os erros obtidos foram da ordem de 4,0 dB em média para a placa externa e de 6,0 dB em média, para a interna. Similarmente à MODELG. 14, sugere-se que os erros desse modelo são decorrentes da potência fornecida. Assim sendo, os resultados obtidos por tal modelo são muito pobres, tendo em vista os resultados obtidos pelos outros modelos e os resultados experimentais.

As diferenças entre os resultados para os três modelos (MODELG. 9, MODELG. 14 e MODELG. 15) são facilmente visualizadas na Fig. 5.22. Nesta figura são plotados os resultados para o subsistema 1 que representa a mesma placa da estrutura nos três modelos. Pode-se verificar, na Fig. 5.22, que a medida que o número de subsistemas diminui também o valor de aceleração predito diminui. No entanto, os quatro espectros dessa figura apresentam um formato similar acima da frequência de 500 Hz. Este comportamento indica que, apesar de não fornecer o valor correto da resposta, um modelo SEA, com um número insuficiente de subsistemas, fornece o formato correto do espectro de resposta. Assim sendo, a confiabilidade nos resultados diminui para um modelo com menos subsistemas e este só é útil para se ter uma idéia da ordem de grandeza da resposta.

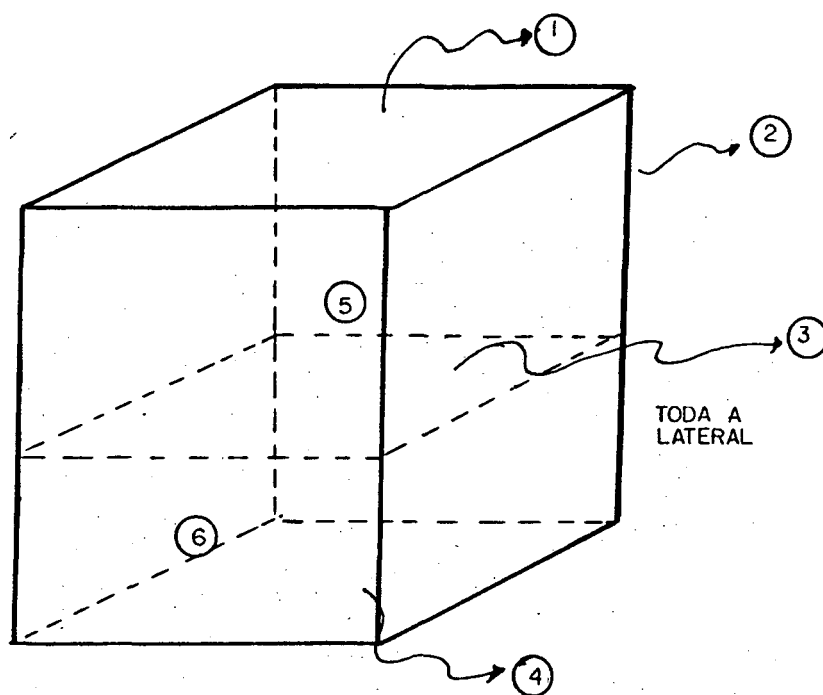


Figura 5.19 - Modelo com 6 subsistemas.

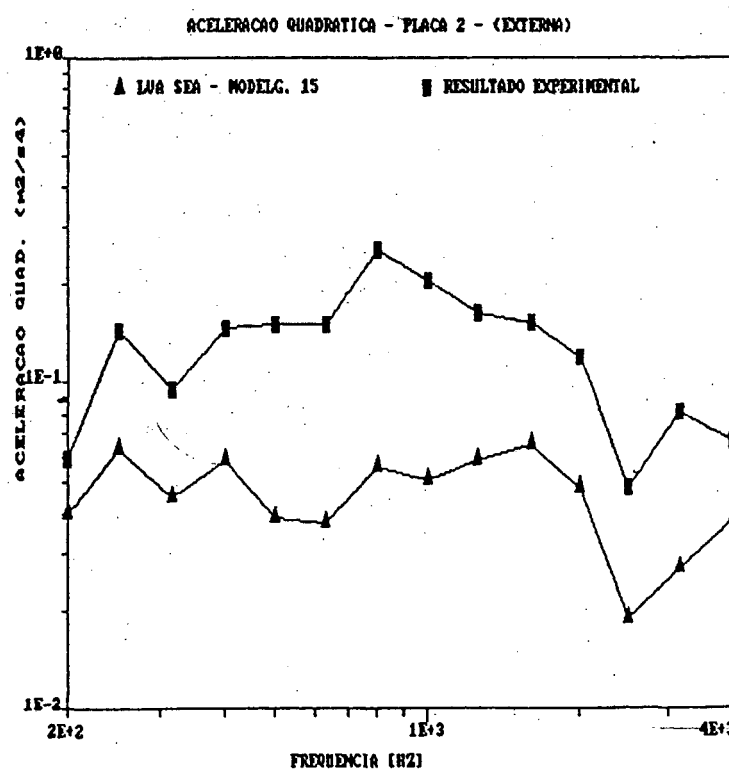


Figura 5.20 - Aceleração ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 2 (externa) - MODELG. 15.

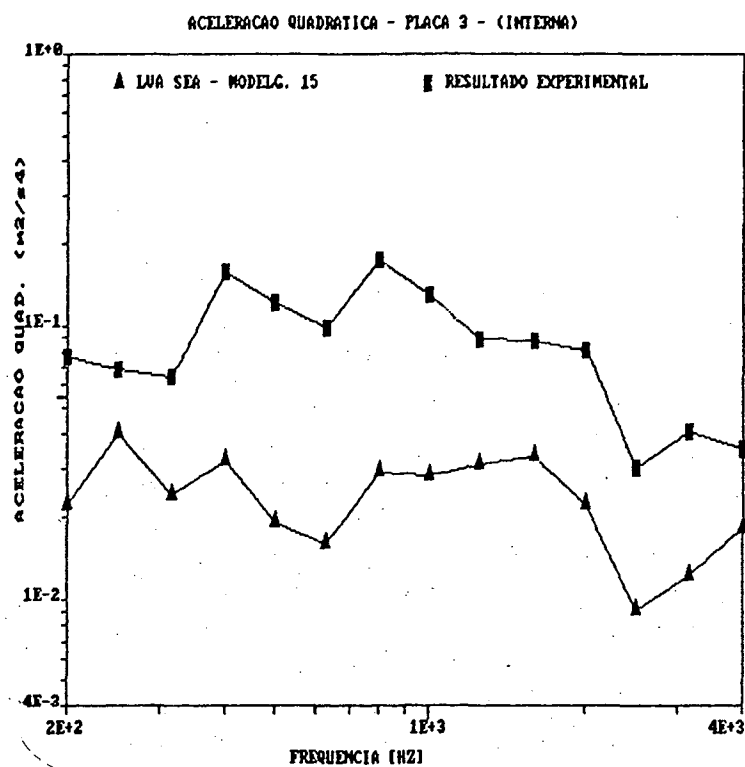


Figura 5.21 - Aceleração ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 3 (interna) - MODELG. 15.

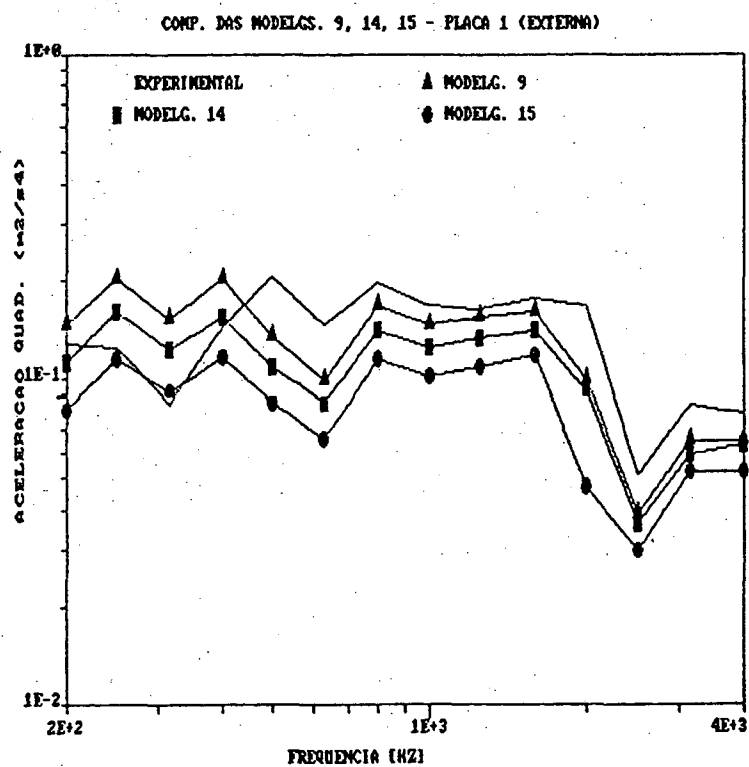


Figura 5.22 - Comparação dos valores de aceleração para a placa número 1 -
MODELG. 9, MODELG. 14 e MODELG. 15.

Dos resultados obtidos nas MODELG. 9, MODELG. 14 e MODELG. 15, conclue-se que é mais vantajoso investir em um modelo com mais subsistemas, com uma estimativa mais grosseira para o fator de acoplamento, do que em um modelo com menos subsistemas mas, com uma estimativa mais precisa do fator de acoplamento. Tais conclusões são válidas para o caso de subsistemas fracamente acoplados.

Portanto, de posse de um código para computador, tipo o LVASEA, uma sugestão para uma primeira estimativa da resposta de uma estrutura em alta frequência pode ser a seguinte:

- a- subdividir a estrutura no maior número de subsistemas possíveis;
- b- estimar o fator de perda para um subsistema típico, por "*in situ*" ou potência de entrada;
- c- utilizar valores analíticos para a eficiência de irradiação, densidade modal e fator de acoplamento;
- d- obter o espectro da excitação;
- e- processar tal modelo em um código para computador similar ao LVASEA.

O procedimento acima é válido para estruturas formadas por placas, cavidades acústicas, cilindros e vigas. Ele evita a perda de muito tempo com estimativas do fator de acoplamento para todas as uniões. A precisão dos resultados, porém, irá depender bastante da correta determinação do fator de perda.

Em termos de redução de número de subsistemas, pode-se questionar a importância das cavidades acústicas na modelagem da estrutura. A tabela 5.11 apresenta os valores de energia modal para os subsistemas da MODELG. 9 em algumas frequências. Como pode ser verificado, a energia total para todos os subsistemas são similares e, em função das premissas básicas da SEA (Cap. 2), o fluxo de energia para a placa 7 (interna) é tanto estrutural (placas) quanto acústico (cavidades). Dessa forma, as cavidades não podem ser desprezadas na

modelagem da estrutura tipo caixa.

TABELA 5.11 - Energias modais para a MODELG. 9.

f(Hz) Subs.	200	800	1600	3150
1	$1,027 \times 10^{-7}$	$1,86 \times 10^{-9}$	$2,23 \times 10^{-10}$	$1,16 \times 10^{-11}$
2	$1,014 \times 10^{-7}$	$1,69 \times 10^{-9}$	$2,07 \times 10^{-10}$	$1,16 \times 10^{-11}$
3	$1,039 \times 10^{-7}$	$1,83 \times 10^{-9}$	$2,20 \times 10^{-10}$	$1,14 \times 10^{-11}$
4	$1,016 \times 10^{-7}$	$1,69 \times 10^{-9}$	$2,07 \times 10^{-10}$	$1,16 \times 10^{-11}$
5	$1,039 \times 10^{-7}$	$1,83 \times 10^{-9}$	$2,20 \times 10^{-10}$	$1,14 \times 10^{-11}$
6	$0,94 \times 10^{-7}$	$1,42 \times 10^{-9}$	$1,49 \times 10^{-10}$	$0,67 \times 10^{-11}$
7	$0,58 \times 10^{-7}$	$0,93 \times 10^{-9}$	$1,10 \times 10^{-10}$	$0,51 \times 10^{-11}$
8	$1,11 \times 10^{-7}$	$1,77 \times 10^{-9}$	$2,23 \times 10^{-10}$	$1,11 \times 10^{-11}$
9	$1,16 \times 10^{-7}$	$1,86 \times 10^{-9}$	$2,33 \times 10^{-10}$	$1,14 \times 10^{-11}$
10	$1,12 \times 10^{-7}$	$1,77 \times 10^{-9}$	$2,24 \times 10^{-10}$	$1,11 \times 10^{-11}$
11	$1,16 \times 10^{-7}$	$1,86 \times 10^{-9}$	$2,33 \times 10^{-10}$	$1,14 \times 10^{-11}$
12	$1,09 \times 10^{-7}$	$1,89 \times 10^{-9}$	$2,30 \times 10^{-10}$	$1,15 \times 10^{-11}$
13	$1,02 \times 10^{-7}$	$1,34 \times 10^{-9}$	$1,31 \times 10^{-10}$	$0,51 \times 10^{-11}$

5.3.3. Modelos com 13 subsistemas - outros resultados

Como já foi afirmado, a SEA é importante em termos de controle de ruído e vibrações. Assim sendo, um modelo por SEA de uma certa estrutura pode ser útil para a previsão da resposta desta após uma certa modificação. Por exemplo, é possível verificar qual o efeito proporcionado pela adição de material de absorção acústica no interior das cavidades da estrutura tipo caixa, ou então, material de amortecimento nas placas da estrutura.

Para o caso de adição de material de absorção no interior das cavidades um modelo, denominado MODELG. 10, foi processado com os mesmos dados

da MODELG. 9. A única alteração realizada foi que a absorção acústica ($\bar{\alpha}$ - equação 5.2) passou de 0,03 para 0,3, simulando assim um material com este valor de absorção. Os resultados obtidos para a aceleração das placas foi praticamente o mesmo. No entanto, o nível de pressão sonora dentro das cavidades chega a baixar 9 dB nas frequências mais altas, como apresentado na Fig. 5.23.

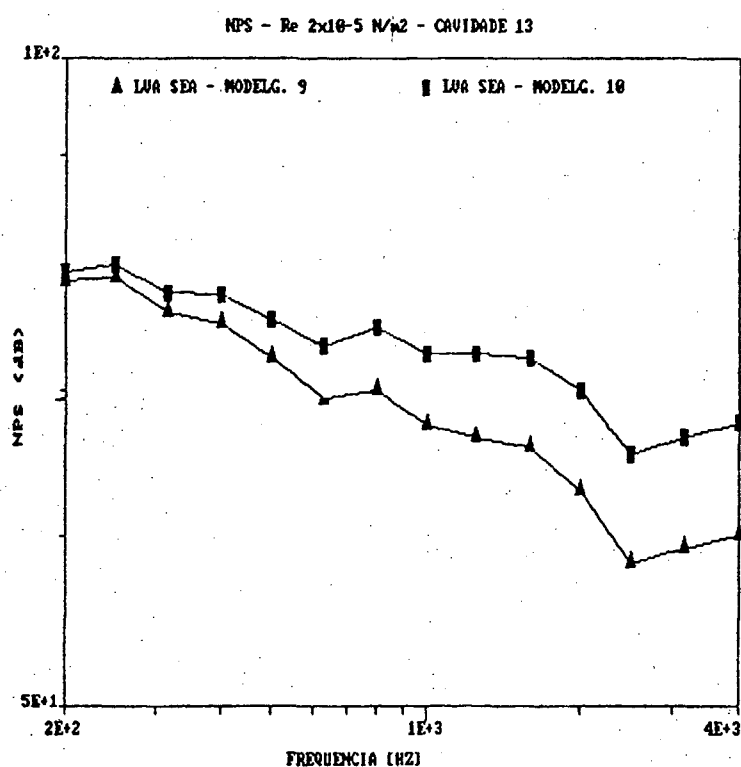


Figura 5.23 - Nível de pressão sonora (NPS - ref. $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$) - cavidade número 13 - MODELG. 9 e MODELG. 10.

No caso de um subsistema diretamente excitado e fracamente acoplado aos outros subsistemas de um dado modelo, a energia trocada com os demais subsistemas pode ser desprezada na equação 2.12 e a energia total desse subsistema calculada por:

$$E_{\text{TOT}} = \frac{W^e}{\omega_c \eta} \quad (5.3)$$

Os resultados obtidos para a energia total do subsistema 4 foram comparados usando os dados do programa LVASEA (MODELG. 3) e a expressão 5.3. Tal comparação é apresentada na tabela 5.12 em bandas de 1/3 de oitava. A pequena diferença entre os resultados obtidos pelos dois métodos é praticamente desprezável.

TABELA 5.12 - Duas maneiras de obter o E_{TOT} .

f (Hz)	W^e/ω_c	$E_{\text{TOT}} = \frac{W^e}{\omega_c \eta}$	$\langle a^2 \rangle$	$E_{\text{TOT}} = m \frac{a^2}{\omega_c^2}$
200	$1,91 \times 10^{-9}$	$4,77 \times 10^{-7}$	$1,44 \times 10^{-1}$	$5,22 \times 10^{-7}$
250	$1,53 \times 10^{-9}$	$3,83 \times 10^{-7}$	$1,78 \times 10^{-1}$	$4,13 \times 10^{-7}$
315	$7,66 \times 10^{-10}$	$1,91 \times 10^{-7}$	$1,41 \times 10^{-1}$	$2,06 \times 10^{-7}$
400	$4,56 \times 10^{-10}$	$1,14 \times 10^{-7}$	$1,34 \times 10^{-1}$	$1,21 \times 10^{-7}$
500	$2,15 \times 10^{-10}$	$5,37 \times 10^{-8}$	$9,83 \times 10^{-2}$	$5,7 \times 10^{-8}$
630	$1,11 \times 10^{-10}$	$2,77 \times 10^{-8}$	$7,98 \times 10^{-2}$	$2,9 \times 10^{-8}$
800	$1,07 \times 10^{-10}$	$2,67 \times 10^{-8}$	$1,23 \times 10^{-1}$	$2,78 \times 10^{-8}$
1000	$5,88 \times 10^{-11}$	$1,47 \times 10^{-8}$	$1,04 \times 10^{-1}$	$1,51 \times 10^{-8}$
1250	$3,43 \times 10^{-11}$	$8,57 \times 10^{-9}$	$9,45 \times 10^{-2}$	$8,77 \times 10^{-9}$
1600	$2,04 \times 10^{-11}$	$5,1 \times 10^{-9}$	$9,15 \times 10^{-2}$	$5,18 \times 10^{-9}$
2000	$8,62 \times 10^{-12}$	$2,15 \times 10^{-9}$	$6,01 \times 10^{-2}$	$2,18 \times 10^{-9}$
2500	$2,50 \times 10^{-12}$	$6,25 \times 10^{-10}$	$2,72 \times 10^{-2}$	$6,31 \times 10^{-10}$
3150	$2,53 \times 10^{-12}$	$6,32 \times 10^{-10}$	$4,35 \times 10^{-2}$	$6,35 \times 10^{-10}$
4000	$1,37 \times 10^{-12}$	$3,42 \times 10^{-10}$	$3,8 \times 10^{-2}$	$3,44 \times 10^{-10}$

Conforme apresentado no item 2.5, é possível estimar o intervalo de confiança da resposta de uma certa estrutura, em um modelo SEA, supondo que esta resposta apresente uma distribuição gamma. Assim sendo, as Figs. 5.24 e 5.25 apresentam os intervalos de 80% de confiança para a aceleração das placas 7 (interna) e 3 (externa), respectivamente. Tais resultados foram obtidos utilizando a equação 2.31 para estimar a relação s^2/m^2 e a Fig. 2.5 para obter os limites do intervalo de confiança. Tais limites indicam que 80% dos valores de aceleração medidos ao longo da superfície de um desses subsistemas devem ser encontrados dentro desse intervalo. Comparando com alguns valores experimentais medidos para as placas 7 e 3, verifica-se que o único valor que se situou fora desse intervalo foi a aceleração medida na placa 7, para a frequência central de 4000 Hz. No entanto, apesar deste valor estar fora do intervalo para 80% de confiança, ele está dentro do intervalo para 99% de confiança. Em função da comparação entre os resultados experimentais e os intervalos de confiança utilizados, pode-se concluir que a distribuição assumida (gamma) para a resposta da estrutura é similar à distribuição real da resposta na estrutura tipo caixa.

Todos os resultados apresentados até agora neste capítulo foram analisados em bandas de 1/3 de oitava. Este procedimento foi utilizado por facilitar o estudo da resposta em termos da variação do número de modos e por ser o mais tradicional em termos de acústica. Com o objetivo de verificar o comportamento de um modelo que apresente uma análise em banda constante de 200 Hz, a MODELG. 11 foi processada. Neste modelo foram utilizados valores teóricos para a eficiência de irradiação e para a densidade modal. Para o fator de acoplamento foram utilizados os coeficientes de transmissão da tabela 5.7. Já o fator de perda foi retirado dos mesmos experimentos utilizados para montar a tabela 5.6, sendo que os resultados experimentais foram obtidos em banda constante de 200 Hz. Dessa forma, as MODELG. 9 e MODELG. 11 são equivalentes, mudando apenas as bandas de frequência de análise. Os resultados para as placas

9 e 7 são apresentados nas Figs. 5.26 e 5.27, respectivamente. Em função das placas apresentarem mais do que 14 modos ao longo de toda a faixa de frequência, a diferença entre os valores preditos e os medidos para uma placa externa típica não passou de 1,5 dB em todo o espectro. Para a placa interna, em função das cavidades só apresentarem mais do que 14 modos acima de 1000 Hz, diferenças da ordem de 3,0 dB podem ser encontradas abaixo da frequência de 1000 Hz. Portanto, uma análise em banda constante, sempre que possível, é preferível a uma análise em bandas proporcionais.

Com o propósito de verificar a importância de cada parâmetro da SEA na resposta da estrutura, uma análise numérica foi realizada para se avaliar esta sensibilidade. Os resultados obtidos indicaram que para a eficiência de irradiação (potência fornecida) e para a densidade modal, estes resultados foram homogêneos, ou seja, a uma variação de 1,0 dB em um desses parâmetros corresponde uma variação de 1,0 dB na resposta da estrutura. Similarmente, para o caso do fator de perda estrutural esses resultados foram quase homogêneos, pois para um 1,0 dB de variação no fator de perda corresponde uma variação de aproximadamente 1,0 dB na resposta. Já para o fator de perda por acoplamento, uma variação de 1,0 dB nesse parâmetro praticamente não produziu nenhuma variação na resposta das placas externas. Já para a placa interna (nº 7), a um acréscimo de 3,0 dB no valor do fator de acoplamento corresponde um acréscimo de 1,0 dB no valor da aceleração (MODELG. 22 - Fig. 5.28). Para o caso de se subtrair 3,0 dB no valor do fator de acoplamento, verifica-se uma diminuição de 1,5 dB no valor da aceleração da placa interna (MODELG. 23 - Fig. 5.28). A Fig. 5.28 apresenta esta análise de sensibilidade para o caso do fator de acoplamento. Assim sendo, na MODELG. 22 todos os valores de fator de acoplamento foram multiplicados por 2,0 e na MODELG. 23 todos os valores foram divididos por 0,5. Para realizar tal análise utilizou-se como padrão os valores dos parâmetros da SEA utilizados na MODELG. 9.

Estes resultados realçam a importância da correta determinação do fator de perda e da potência fornecida para a determinação da resposta da

estrutura. Em relação ao fator de perda, a situação se agrava devido a este parâmetro só se basear em determinações experimentais.

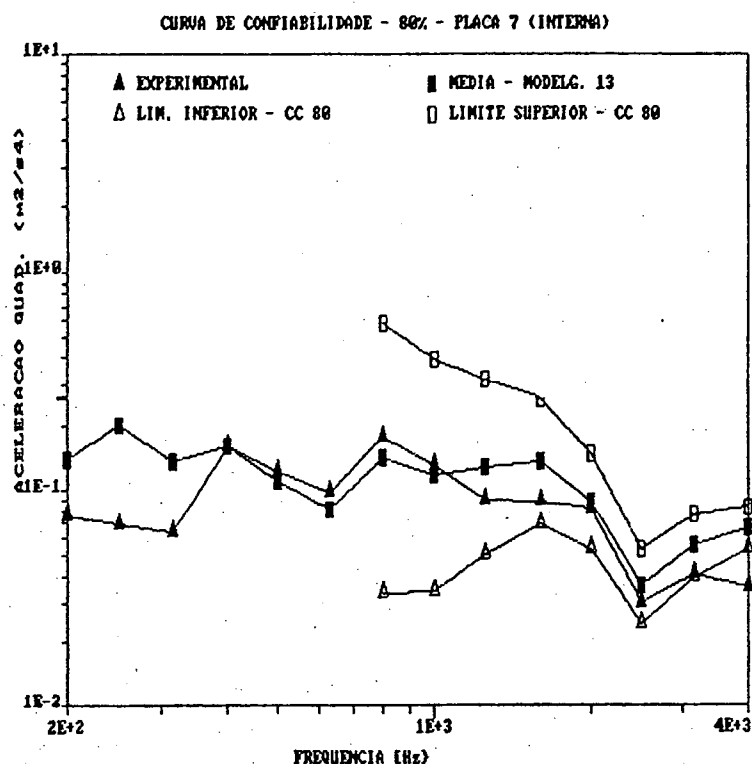


Figura 5.24 - Estimativa da resposta - coeficiente de confiabilidade = 80% - placa 7 (interna) - MODELG. 13.

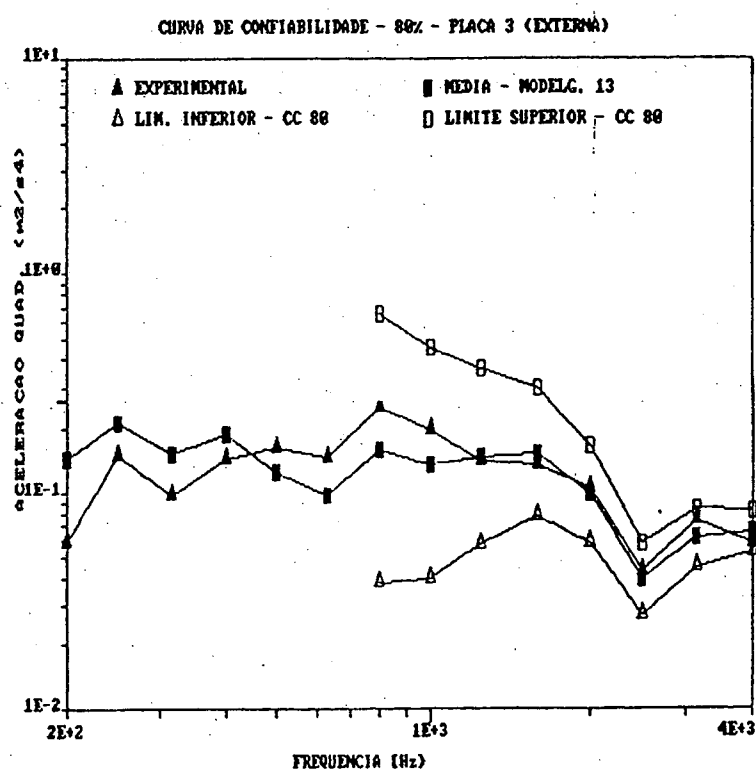


Figura 5.25 - Estimativa da resposta - coeficiente de confiabilidade = 80% - placa 3 (Externa) - MODELG. 13.

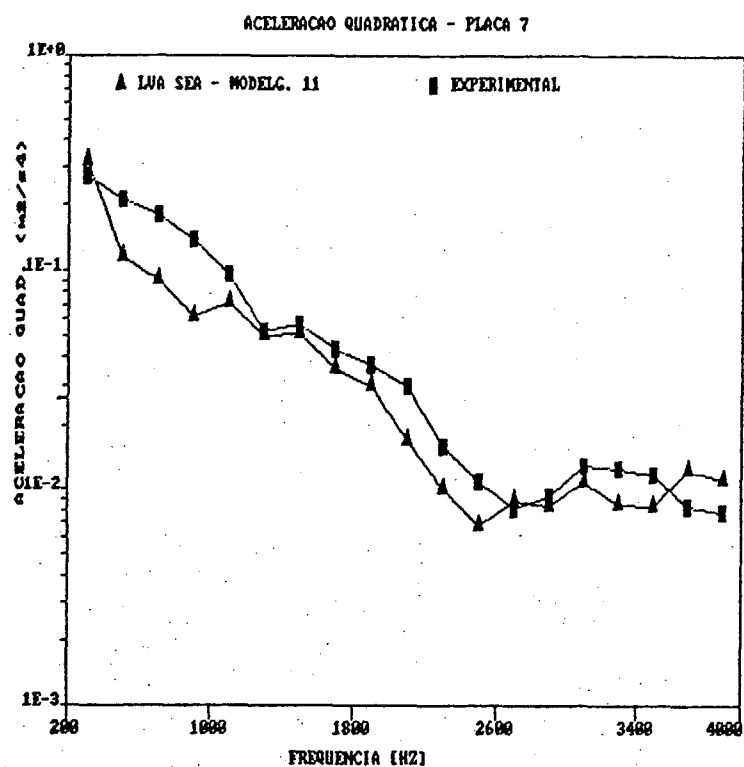


Figura 5.26 - Aceleração média ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 7 (interna) - MODELG. 11.

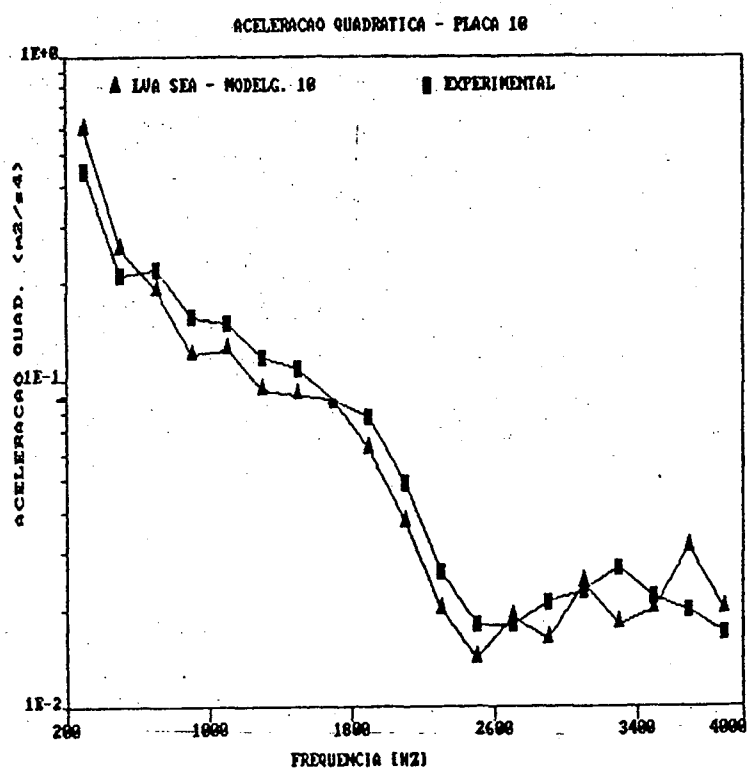


Figura 5.27 - Aceleração média ($\langle a^2 \rangle$) - placa número 10 (externa) - MODELG. 11.

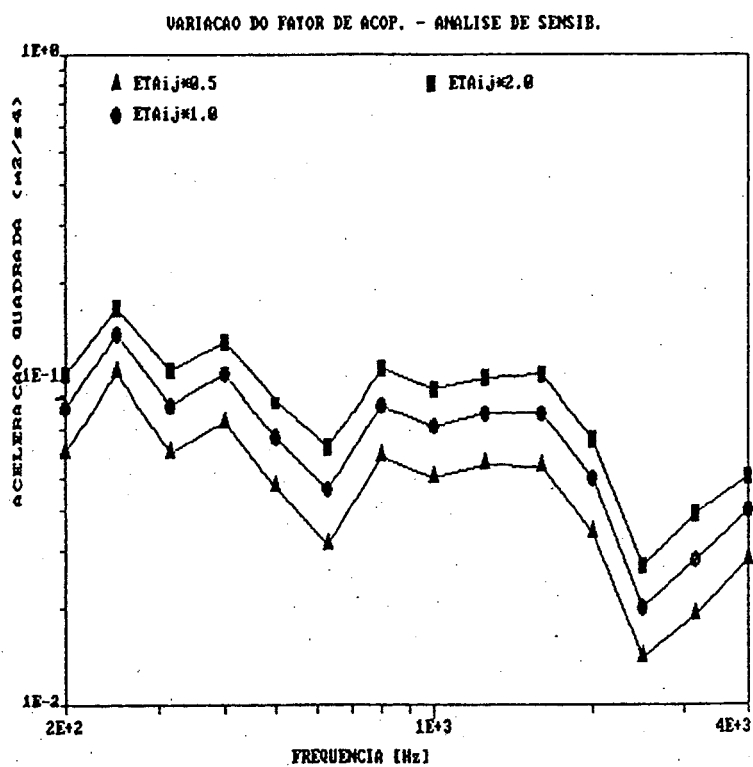


Figura 5.28 - Variação do fator de acoplamento - Aceleração média ($\langle a^2 \rangle$).

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Além das várias conclusões apresentadas ao longo deste trabalho alguns comentários devem ser feitos, a título de conclusão, sobre a boa concordância entre os resultados preditos pela Análise Estatística Energética e aqueles obtidos experimentalmente. Estes bons resultados são uma combinação de três fatores: o tipo de estrutura analisada, o tipo de excitação aplicada nesta estrutura e a cuidadosa determinação dos parâmetros da estrutura para um estudo por SEA.

A estrutura tipo caixa, por apresentar subsistemas com valores de fator de perda no mínimo 5 dB acima dos valores de fator de acoplamento, pode ser classificada como uma estrutura fracamente acoplada. Assim sendo, os resultados básicos para o fluxo de energia entre dois modos de vibração pode ser estendido para o caso de dois grupos de modos acoplados e, com pequena ressalva, para a situação de vários grupos de modos acoplados. Esse critério de fraco acoplamento garante ainda que a energia fornecida a um certo subsistema seja dissipada, principalmente, devido ao amortecimento próprio desse subsistema, evitando a equipartição de energia entre um sistema diretamente excitado e outro não excitado.

Os subsistemas que compõem a estrutura tipo caixa apresentam, também, uma alta densidade modal favorecendo assim a troca de energia entre os modos de vibração desses subsistemas (transmissão ressonante). Tal situação fica bem clara para as frequências acima de 800 Hz quando todos os subsistemas dos modelos analisados apresentam mais de 10 modos por banda de frequência, tanto em bandas de $1/3$ de oitava quanto em bandas de 200 Hz. Nessa região de frequências, a diferença máxima entre os resultados preditos pelos modelos do

item 5.3.1 e os obtidos experimentalmente é de 2,0 dB. Esta diferença permite classificar os resultados como bastante precisos.

Um campo acústico difuso é definido [64] através da superposição de ondas sonoras que se movimentam em todas as direções com igual probabilidade. Tal característica permite que a densidade de energia média desse campo seja a mesma em todos os pontos. Campos acústicos praticamente difusos podem ser gerados em salas que sejam aproximadamente reverberantes. Como a excitação gerada dentro da câmara reverberante do LVA-UFSC era do tipo ruído branco com espectro praticamente plano em bandas de frequências limitadas, o campo aleatório incidente sobre a estrutura tipo caixa era aproximadamente estacionário no tempo e homogêneo no espaço. Dessa forma, várias das suposições dos Capítulos 2 e 3 que se baseavam no tipo de excitação são válidas com boa aproximação.

O terceiro fator importante, que possibilitou o sucesso das análises apresentadas no Capítulo 5, foi a criteriosa determinação experimental dos parâmetros do método. Os bons resultados obtidos reforçam, também, a conclusão de que os métodos experimentais utilizados no Capítulo 4 são confiáveis. No entanto, tal afirmação é válida apenas para o caso de placas que apresentem fatores de perda da ordem de 0,002 a 0,04.

Como decorrência desses comentários é de se esperar que a aplicação dos mesmos procedimentos teóricos e experimentais anteriormente apresentados possam ser estendidos para a análise da estrutura de um satélite formada por placas do tipo "honeycomb". Saliencia-se que a análise da estrutura de um satélite depende grandemente da determinação experimental dos parâmetros, já que resultados analíticos não são disponíveis para a maioria desses parâmetros.

Como última conclusão deve-se salientar a necessidade de estender as análises aqui realizadas no sentido de relaxar várias das suposições básicas da SEA. Três caminhos podem ser tomados neste sentido.

O primeiro deles é a aplicação da SEA para o caso de estruturas fortemente acopladas, como é o caso de embarcações marítimas. Alguns trabalhos

teóricos encontrados na literatura [23], [25] abordam este assunto, faltando, no entanto, maiores detalhes sobre aplicações práticas.

O estudo de métodos que se apliquem na região de médias frequências pode ser considerado um segundo caminho. A região de médias frequências é aqui considerada como aquela em que a densidade modal não é grande o suficiente para uma aplicação ótima da SEA e nem pequena o bastante para viabilizar uma análise modal através do Método dos Elementos Finitos. Apesar de existirem vários trabalhos publicados nesta área, a Análise Modal Assintótica (AMA) [70] é o método mais desenvolvido para o estudo da resposta nessa região de frequências.

Um terceiro caminho está relacionado ao tipo de excitação. Uma idéia poderia ser o estudo do comportamento da SEA na análise da resposta às excitações transientes.

Além destas sugestões, modificações poderiam ser realizadas nos procedimentos de determinação experimental para possibilitar o estudo de placas levemente amortecidas. No caso do programa LVASEA, novos elementos poderiam ser implementados neste programa de forma a tornar a sua aplicação mais ampla.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] NOREEN, R.A. and Slone, R.M., "High level acoustic testing - current and future requirements", Sound and Vibration, vol....., pp. 20-27, 1989.
- [2] CLARKSON, B.L., Cummins, R.J., Eaton, D.C.G. and Vessaz, J.P., "Prediction of high-frequency structural vibrations using statistical energy analysis (SEA)", ESA Journal, vol. 5, pp. 137-152, 1981.
- [3] LYON, R.H. "Statistical energy analysis of dynamical systems", MIT Press, Massachusetts, 1975.
- [4] ON, F.J. and Hendricks, W., "Development of a vibroacoustic data base management and prediction system for payloads", Shock and Vibration Bulletin, vol. 52, pp. 53-64.
- [5] GIRARD, A. et Defosse, H., "Approach de problemes vibroacoustiques a Intespace", Intespace, Toulouse, 1988.
- [6] RAYLEIGH, Lord, "Theory of Sound", Dover Publications, New York, vol. I, 1945.
- [7] HINES, D.E., Parker, G.R. and Hellweg, R.D., "Prediction of upstage random vibration environment using a statistical energy approach", Shock and Vibration Bulletin, vol. 41, pp. 9-30, 1970.
- [8] CLARKSON, B.L. and Pope, R.J., "Experimental determination of modal densities and loss factors of flat plates and cylinders", Journal of Sound and Vibration (JSV), vol. 77, pp. 535-549, 1981.
- [9] CLARKSON, B.L. and Ranky, M.F., "Frequency average loss factors of plates and shells", JSV, vol. 89, pp. 309-323, 1983.
- [10] CLARKSON, B.L. and Ranky, M.F., "On the measurement of the coupling loss factors of structural connections", JSV, vol. 94, pp. 249-261, 1984.
- [11] GHERING, W.L. and Raj, D., "Comparison of statistical energy analysis predictions with experimental results for cylinder-plate-beam structures", NCA, vol. 3, ASME, pp. 81-90, 1987.

- [12] LYON, R.H. and Maidanik, G., "Power flow between linearly coupled oscillators", Journal of the Acoustical Society of America (JASA), vol. 34, pp. 623-639, 1962.
- [13] LYON, R.H. and Maidanik, G., "Statistical methods in vibration analysis", AIAA Journal, vol. 2, pp. 1015-1024, 1964.
- [14] LYON, R.H. and Eichler, E., "Random vibration of connected structures", JASA, vol. 36, pp. 1344-1354, 1964.
- [15] UNGAR, E.E., "Statistical energy analysis of vibrating systems", Trans. ASME, J. Eng. Ind., Nov. 1967, pp. 626-632, 1967.
- [16] LYON, R.H. and Scharton, T.D., "Vibrational energy transmission in a Three - Element structure", JASA, vol. 37, pp. 253-261, 1965.
- [17] LYON, R.H., "Statistical analysis of power injection and response in structures and rooms", JASA, vol. 45, pp. 545-565, 1969.
- [18] LYON, R.H., "Random noise and vibration in space vehicles", Shock and vibration information center, US. Dept. of Defense, 1967.
- [19] SMITH Jr., P.W., "Response and radiation of structural modes excited by sound", JASA, vol. 34, pp. 640-647, 1962.
- [20] MAIDANIK, G., "Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields", JASA, vol. 34, pp. 809-826, 1962.
- [21] FAHY, F.J., "Statistical energy analysis - A critical review", Shock and Vibration Digest, vol. 6, pp. 14-33, 1974.
- [22] WOODHOUSE, J., "An approach to the theoretical background of statistical energy analysis applied to structural vibration", JASA, vol. 69, pp. 1695-1709, 1981.
- [23] LANGLEY, R.S., "A general derivation of the statistical energy analysis equations for coupled dynamic systems", JSV, vol. 135, pp. 499-508, 1989.
- [24] MAIDANIK, G. and Dickey, J., "Modal and wave approaches to the Statistical Energy Analysis (SEA)", NCA vol. 3, ASME, pp. 63-71, 1987.
- [25] KEANE, A.J. and Price, W.G., "Statistical energy analysis of strongly coupled systems", JSV, vol. 117, pp. 363-386, 1987.

- [26] GULIZIA, C. and Price, A.J., "Power flow between strongly coupled oscillators", JASA, vol. 61, pp. 1511-1515, 1977.
- [27] REMINGTON, P.J. and Manning, J.E., "Comparison of Statistical energy Analysis power flow predictions with an "exact" calculation", JASA, vol. 57, pp. 374-379, 1975.
- [28] FAHY, F.J., "Statistical Energy Analysis", cap. 17 in An advanced course in noise and vibration, ISVR, United Kingdom, 1976.
- [29] CROCKER, M.J. and Price, A.J., "Sound transmission using Statistical Energy Analysis", JSV, vol. 9, pp. 469-486, 1969.
- [30] L. LEO K.H., "Optimum damping selection by Statistical Energy Analysis", Journal of vibration and acoustics - ASME, vol. 112, pp. 16-20, 1990.
- [31] WOODHOUSE, J. and Hodges, C.H., "Theories of noise and vibration transmission in complex structures", Reports of Progress in Physics, vol. 49, pp. 107-170, 1986.
- [32] MAIDANIK, G., "Some elements in Statistical Energy Analysis", JSV, vol. 52, pp. 171-191, 1977.
- [33] SCHARTON, T.D. and Lyon, R.H., "Power flow and energy sharing in random vibration", JASA, vol. 43, pp. 1332-1343, 1968.
- [34] ESPÍNDOLA, J.J., "Fundamentos de vibrações", Apostila do curso de pós-graduação, UFSC, Florianópolis, 1989.
- [35] GOSELE, K., "Schllabastrahlung von platte, die zu biegeschwingungen angeregt sind", Acustica, vol. 3, pp. 243-248, 1953.
- [36] FAHY, F.J., "Sound and structural vibrations - radiation, transmission and response", Academic Press, London, 1985.
- [37] KINSLER, L., Frey, A., Coppens, A., Sanders, J., Fundamentals of acoustics, Third Edition, John Wiley & Sons, 1982.
- [38] WALLACE, C.E., "The radiation resistance of a rectangular panel", JASA, vol. 51, pp. 946-952, 1972.
- [39] WILLIAMS, E.G. and Maynard, J.D., "Numerical evaluation of the rayleigh

integral for planar radiator using the FFT", JASA, vol. 72, pp. 2020-2030, 1982.

- [40] LEVINE, H., "On the shortwave acoustic radiation from planar panels or beams of rectangular shape", JASA, vol. 76, pp. 608-615, 1984.
- [41] CREMER, L., Heckl, M. and Ungar, E.E., "Structure - Borne sound - Structural vibrations and sound radiation at audio frequencies", Springer Verlag, New York, 1973.
- [42] JUNGER, M.C. and Feit, D., "Sound, structures and their interaction", The MIT Press, Massachusetts, 1972.
- [43] REYNOLDS, D., "Engineering principles of acoustics - noise and vibration control", Allyn and Bacon Inc., 1981.
- [44] LIGHTHILL, J., "Waves in fluids", Cambridge University Press, Cambridge, 1978.
- [45] HECKL, M., "Radiation of structure borne sound from layers of arbitrary thickness", 11⁰ ICA - Lyon, pp. 15-26, 1983.
- [46] ELISHAKOFF, I., "Probabilistic methods in the theory of structures", John Wiley & Sons, New York, 1983.
- [47] CLARKSON, B.L., "Notes for a teaching course on random vibration", Institute of Sound and Vibration Research, Southampton, 1986.
- [48] CLARKSON, B.L., "The derivation of modal densities from point impedances", JSV, vol. 77, pp. 583-584, 1981.
- [49] UNGAR, E.E., "Fundamentals of Statistical Energy Analysis of vibrating systems", U.S. Air Force - AFFDL - TR-66-52, 1966.
- [50] LYON, R.H., "Machinery noise and diagnostics", Butterworths, 1987.
- [51] BIES, D.A. and Hamid, S., "In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method", JSV, vol. 70, pp. 187-204, 1980.
- [52] NASHIF, A.D., Jones, D.I.G. and Henderson, J.P., "Vibration Damping", John Wiley & Sons, 1985.

- [53] UNGAR, E.E., "Energy dissipation at structural joints, mechanisms and magnitudes", FDL-TDR-64-98.
- [54] BROWN, K.T. and Norton, M.P., "Some comments on the experimental determination of modal densities and loss factors for statistical energy analysis applications", JSV, vol. 102, pp. 588-594, 1985.
- [55] SKUDRZYK, E., "Simple and complex vibratory systems", the Pennsylvania State University Press, 1968.
- [56] Norma ISO 3741, 1975, Acoustic - Determination of sound power levels of noise sources - Precision methods for broad band sources in reverberation rooms.
- [57] MILLER, D.K. and Hart, F.D., "Modal density of thin circular cylinders", NASA CR897, 1967.
- [58] LAZAN, B.J., "Damping of materials and members in structural mechanics", Pergamon Press, 1968.
- [59] NORTON, M.P. and Ronowski, D., "Point mobility techniques for the "in situ" estimation of modal densities of coupled cylindrical shells", Applied Acoustics, vol. 129, pp. 383-396, 1986.
- [60] BROWN, K.T., "Measurement of modal density: an improved technique for use on lightly damped structures", JSV, vol. 96, pp. 127-132, 1984.
- [61] NEWLAND, D.E., "Power flow between a class of coupled oscillators", JASA, vol. 43, pp. 553-559, 1966.
- [62] WOODHOUSE, J., "An introduction to statistical energy analysis of structural vibration", Applied Acoustics, vol. 14, pp. 455-469, 1981.
- [63] TIMMEL, R., "Investigations on the effect of edge boundary conditions for flexurally vibrating rectangular panels on the radiation efficiency as exemplified by clamped and simply supported panels". (título original em alemão), Acustica, vol. 73, pp. 12-20, 1991.
- [64] BERANEK, L.L., "Noise and vibration control", McGraw Hill, New York, 1971.

- [65] SUN, J.C., Lalor, N. and Richards, E.J., "Power flow and energy balance of non-conservatively coupled structures I: Theory", JSV, vol. 112, pp. 321-330, 1987.
- [66] NORTON, M.P. and Greenhalgh, R., "On the estimation of loss factors in lightly damped pipeline systems: some measurement techniques and their limitations", JSV, vol. 105, pp. 397-425, 1986.
- [67] SZECHENYI, E., "Modal densities and radiation efficiencies of unstiffened cylinders using statistical methods", JSV, vol. 19, pp. 65-81, 1971.
- [68] CROCKER, M.J. and Price, A.J., "Damping in plates", letters to the editor, JSV, vol. 9, pp. 501-508, 1969.
- [69] CONTE, S.D., "Elementos de análise numérica", Editora Globo, Porto Alegre, 1977.
- [70] DOWELL, E.H., "Classical modal analysis, asymptotic modal analysis and statistical energy analysis", NCA, vol. 3, ASME, pp. 25-26, 1987.
- [71] KUTTRUFF, H., "Room Acoustics", Applied Science Publishers, London, 1979.

APÊNDICE A

PROGRAMA LVASEA

O programa LVASEA foi desenvolvido com o objetivo de facilitar a tarefa de montagem e de resolução da equação matricial básica da SEA (equação 2.17). As funções básicas desse programa são: manipular os dados experimentais, calcular os valores dos parâmetros da SEA para os quais expressões teóricas são conhecidas, resolver o sistema de equações (2.17) e gerenciar todos os arquivos necessários para a execução dessas tarefas.

Apesar de haver sido desenvolvido com o objetivo de aplicação imediata neste trabalho, este programa apresenta estruturas especificamente implementadas com o objetivo de facilitar futuras expansões, tanto em número de subsistemas quanto em tipos de elementos. Na presente versão, dois tipos de elementos podem ser utilizados para se modelar uma estrutura: a placa plana submetida à ondas de flexão e a cavidade acústica tridimensional. Estes dois tipos de elementos podem ser agrupados de diversas formas, desde que o número de subsistemas por modelo não seja maior do que 20. A potência fornecida para o elemento tipo placa por um campo acústico difuso é calculada através da expressão 3.72. Os cálculos de energia modal podem ser realizados em quatro bandas distintas: 1/1 de oitava, 1/3 de oitava, constante de 200 Hz e constante de 500 Hz. As frequências centrais destas bandas podem variar de 200 a 4000 Hz.

Em função da necessidade de processar este programa em microcomputadores a linguagem Pascal foi escolhida pois, os compiladores Pascal atualmente disponíveis para microcomputadores são mais eficientes do que aqueles disponíveis para a linguagem Fortran. Além disso, a utilização da linguagem Pascal facilita as tarefas de processamento e entrada de dados no programa, que são realizadas de maneira conversacional. Rotinas de verificações

dos dados fornecidos estão presentes em todos os módulos do programa com o propósito de evitar erros numéricos durante o processamento.

A estrutura básica do programa LVASEA é composta de quatro módulos, conforme apresentado no diagrama de blocos da Fig. A.1. Esses módulos são: módulo de controle, módulo de entrada de dados analíticos, módulo de entrada de dados experimentais e módulo de cálculos e de geração dos arquivos de saída.

O módulo de cálculo é considerado o módulo mais importante do programa pois, é neste módulo que as matrizes da SEA são montadas e a energia modal calculada (diagrama de blocos - Fig. A.2). Se para um certo parâmetro forem escolhidos dados analíticos é neste módulo que as matrizes são calculadas através das formulações teóricas apresentadas no Capítulo 3. Por outro lado, se os valores dos parâmetros forem experimentais, estes dados serão retirados dos arquivos experimentais correspondentes. Com as matrizes de densidade modal, fator de perda estrutural e fator de acoplamento, a matriz dos fatores de perda ($[\eta]$, equação 2.17) é montada. Utilizando a matriz dos fatores de perda e o vetor de potência fornecida as energias modais por bandas de frequência são calculadas através do método Cholesky que resolve o sistema linear (equação 2.17). O método Cholesky [69] foi escolhido por ser um método não iterativo, por fornecer solução única garantida e por ter bom desempenho quando aplicado a matrizes simétricas. Vários testes foram realizados no sentido de garantir a precisão numérica da rotina Cholesky de resolução da equação matricial. As energias modais obtidas por banda de frequência são convertidas para valores médios espaciais de pressão sonora, no caso de cavidades acústicas, e de aceleração, no caso de placas planas. Essa conversão é realizada através das expressões 2.18. Esses valores são armazenados em arquivos de saída formatados para impressão e de saída para o software "Energraphics". Neste último, os valores de aceleração ou pressão são plotados para cada subsistema em função das frequências centrais das bandas analisadas.

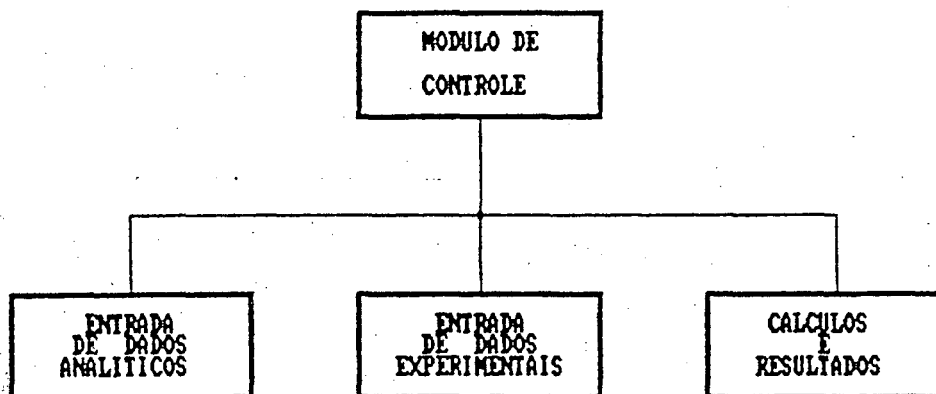


Figura A.1 - Diagrama de blocos da estrutura geral do programa LVASEA.

Os dados básicos de modelagem são fornecidos no módulo de entrada de dados analíticos. Esse módulo é responsável pela entrada, alteração, leitura e gravação desses dados. Os dados de entrada variam em função do tipo de elemento. Para o elemento do tipo placa plana esses dados de entrada são: número do subsistema, área, espessura, perímetro, densidade do material e velocidade de onda longitudinal. Para a cavidade tridimensional esses dados são: número do subsistema, volume total, soma das áreas das paredes, comprimento das arestas, tempo de reverberação e velocidade do som no ar. Além dos dados dos subsistemas, neste módulo também a matriz dos acoplamentos é fornecida. Essa matriz define os subsistemas que estão acoplados, sendo que para o acoplamento entre placas também o comprimento da união dessas placas deve ser fornecido.

O módulo de entrada de dados experimentais além de ser responsável pela entrada, alteração, leitura e gravação dos dados experimentais, é responsável pela criação do arquivo mestre. Esse arquivo mestre relaciona todos

ável

os arquivos de uma modelagem, identificando o nome da modelagem, o número de subsistemas, a banda de frequência de análise e se os dados a serem utilizados para um certo parâmetro são analíticos ou experimentais.

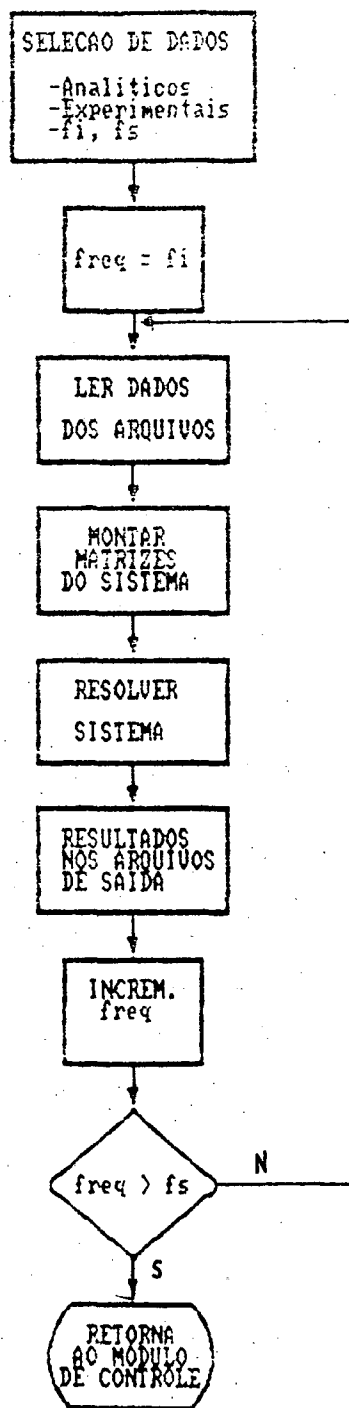


Figura A.2 - Diagrama de blocos do módulo de cálculo e resultados.

APÊNDICE B

RESULTADOS DE FATORES DE PERDA E ACOPLAMENTO

TERO DO EXPERIMENTO...EXP 30
A... 20\12\90

=====)DADOS DO EXPERIMENTO<=====

A DA PLACA 1 [M2]... 0.420000
A DA PLACA 2 [M2]... 0.720000
RESSURA 1 [M]..... 0.001500
RESSURA 2 [M]..... 0.001500
SA1 [KG]..... 4.910000
SA2 [KG]..... 8.400000
O DE BANDA.....200 Hz

=====)FATOR DE ACOPLAMENTO<=====

FREQ.[Hz] - ETA12[EXP] ----- ETA12[CT] ----- ETA21[EXP] ----- ETA21[CT]

.0E+0002	/0.0043569477	/0.0123238619	/0.0020982153	/0.0071889185	/
.0E+0002	/0.0079132896	/0.0087142866	/0.0037863874	/0.0050833332	/
.0E+0002	/0.0024745101	/0.0071151848	/0.0012852659	/0.0041505238	/
.0E+0002	/0.0026608715	/0.0061619310	/0.0016265239	/0.0035944593	/
.0E+0003	/0.0019732681	/0.0055113984	/0.0012098284	/0.0032149821	/
.2E+0003	/0.0010881264	/0.0050311955	/0.0007783263	/0.0029348636	/
.4E+0003	/0.0009676084	/0.0046579819	/0.0006362066	/0.0027171557	/
.6E+0003	/0.0013181145	/0.0043571433	/0.0006311809	/0.0025416666	/
.8E+0003	/0.0011773333	/0.0041079540	/0.0010003587	/0.0023963063	/
.0E+0003	/0.0006701103	/0.0038971473	/0.0005115094	/0.0022733356	/
.2E+0003	/0.0007648427	/0.0037157843	/0.0006005371	/0.0021675406	/
.4E+0003	/0.0008135576	/0.0035575924	/0.0004588092	/0.0020752619	/
.6E+0003	/0.0003691094	/0.0034180244	/0.0002634060	/0.0019938473	/
.8E+0003	/0.0004706753	/0.0032936907	/0.0003090404	/0.0019213194	/
.0E+0003	/0.0004338554	/0.0031820075	/0.0002904183	/0.0018561708	/
.2E+0003	/0.0006816991	/0.0030809655	/0.0003692877	/0.0017972296	/
.4E+0003	/0.0005271186	/0.0029889755	/0.0003052142	/0.0017435688	/
.6E+0003	/0.0005285104	/0.0029047620	/0.0002442017	/0.0016944443	/
.8E+0003	/0.0003595352	/0.0028272879	/0.0001968499	/0.0016492511	/

=====)FATOR DE PERDA<=====

FREQ.[Hz] - ETA1 ----- ETA2 -

.0E+0002	/0.00688	/	0.00720	/
.0E+0002	/0.00619	/	0.00741	/
.0E+0002	/0.00660	/	0.00515	/
.0E+0002	/0.00613	/	0.00380	/
.0E+0003	/0.00545	/	0.00469	/
.2E+0003	/0.00479	/	0.00464	/
.4E+0003	/0.00456	/	0.00435	/
.6E+0003	/0.00468	/	0.00399	/
.8E+0003	/0.00630	/	0.00310	/
.0E+0003	/0.00466	/	0.00444	/
.2E+0003	/0.00511	/	0.00398	/
.4E+0003	/0.00587	/	0.00421	/
.6E+0003	/0.00405	/	0.00389	/
.8E+0003	/0.00469	/	0.00429	/
.0E+0003	/0.00496	/	0.00435	/
.2E+0003	/0.00488	/	0.00422	/
.4E+0003	/0.00592	/	0.00467	/
.6E+0003	/0.00507	/	0.00328	/
.8E+0003	/0.00321	/	0.00353	/

FREQ.[Hz] - RESIDUO ---- MOF1 ---- MOF2 -

.0E+0002	/0.11173	/	0.82978	/	1.49042	/
.0E+0002	/0.04316	/	1.49289	/	3.06689	/
.0E+0002	/0.29630	/	2.38948	/	3.19938	/
.0E+0002	/0.23427	/	2.95737	/	3.14584	/
.0E+0003	/0.39290	/	3.28652	/	4.84966	/
.2E+0003	/1.06430	/	3.46574	/	5.76406	/
.4E+0003	/1.43312	/	3.85285	/	6.29757	/
.6E+0003	/1.08958	/	4.51914	/	6.60634	/
.8E+0003	/0.81997	/	6.84018	/	5.78048	/
.0E+0003	/2.59700	/	5.61950	/	9.19026	/
.2E+0003	/1.96843	/	6.77813	/	9.05539	/
.4E+0003	/2.29968	/	8.49592	/	10.45203	/
.6E+0003	/8.88178	/	6.34928	/	10.45882	/
.8E+0003	/5.86932	/	7.92215	/	12.42525	/
.0E+0003	/6.77740	/	8.98502	/	13.48357	/
.2E+0003	/3.40245	/	9.42954	/	13.98338	/
.4E+0003	/5.25842	/	12.13895	/	16.43132	/
.6E+0003	/6.75193	/	11.00349	/	12.22350	/
.8E+0003	/11.98394	/	7.37026	/	13.88239	/

=====)TRANSMISSIBILIDADE(<=====

FREQ.[Hz] - TMEDIO

.0E+0002	/0.10499	/
.0E+0002	/0.26888	/
.0E+0002	/0.10694	/
.0E+0002	/0.14385	/
.0E+0003	/0.11945	/
.2E+0003	/0.07832	/
.4E+0003	/0.07188	/
.6E+0003	/0.08961	/
.8E+0003	/0.11453	/
.0E+0003	/0.06457	/
.2E+0003	/0.07855	/
.4E+0003	/0.07316	/
.6E+0003	/0.03906	/
.8E+0003	/0.04941	/
.0E+0003	/0.04763	/
.2E+0003	/0.06942	/
.4E+0003	/0.05716	/
.6E+0003	/0.05304	/
.8E+0003	/0.04010	/

$T_{\text{medio}} = 0,077$

NUMERO DO EXPERIMENTO...EXP 32
DATA..... 08/01/91

=====)DADOS DO EXPERIMENTO(<=====

AREA DA PLACA 1 [M2]... 0.420000
AREA DA PLACA 2 [M2]... 0.490000
AREA DA PLACA 3 [M2]... 0.350000
ESPESSURA 1 [M]..... 0.001500
ESPESSURA 2 [M]..... 0.001500
ESPESSURA 3 [M]..... 0.001500
MASSA1 [KG]..... 4.910000
MASSA2 [KG]..... 5.730000
MASSA3 [KG]..... 4.090000
TIPO DE BANDA.....1/3 DE OITAVA

=====)FATOR DE ACOPLAMENTO(<=====

FREQ.[Hz] - ETA12[EXP] ----- ETA13[LT] ----- ETA21[EXP]

2.0E+0002	/-0.0000063256	/0.0043264278	/0.0011683889	/
2.5E+0002	/0.0002822508	/0.0025261384	/0.0001594784	/
3.2E+0002	/0.0004601965	/0.0022094850	/0.0001159126	/
4.0E+0002	/0.0002177261	/0.0012580927	/0.0009211093	/
5.0E+0002	/0.0013201465	/0.0010416961	/0.0008464880	/
6.3E+0002	/0.0010584909	/0.0007077811	/0.0007675597	/
8.0E+0002	/0.0004463385	/0.0014638702	/0.0001539917	/
1.0E+0003	/0.0005370095	/0.0008258186	/0.0004578813	/
1.3E+0003	/0.0007589908	/0.0007261417	/0.0004558323	/
1.6E+0003	/0.0007313826	/0.0007901943	/0.0004986597	/
2.0E+0003	/0.0007681983	/0.0006882121	/0.0003936636	/
2.5E+0003	/0.0004824527	/0.0008241556	/0.0005155134	/
3.2E+0003	/0.0008377134	/0.0005175439	/0.0007115876	/
4.0E+0003	/0.0003775511	/0.0002607942	/0.0002413448	/

=====)FATOR DE ACOPLAMENTO(<=====

FREQ.[Hz] - ETA23[EXP] ----- ETA31[LT] ----- ETA32[EXP]

2.0E+0002	/0.0033481310	/0.0029485028	/0.0090370942	/
2.5E+0002	/0.0047020763	/0.0012014274	/0.0075728428	/
3.2E+0002	/0.0043991264	/0.0021045038	/0.0068223574	/
4.0E+0002	/0.0053790244	/0.0009637978	/0.0128632216	/
5.0E+0002	/0.0063644699	/0.0010698973	/0.0084305312	/
6.3E+0002	/0.0026571460	/0.0010476038	/0.0037349742	/
8.0E+0002	/0.0030562591	/0.0027155823	/0.0039172894	/
1.0E+0003	/0.0032488892	/0.0012754380	/0.0032632940	/
1.3E+0003	/0.0026686203	/0.0009816738	/0.0039768466	/
1.6E+0003	/0.0024046802	/0.0006863464	/0.0039684665	/
2.0E+0003	/0.0022373628	/0.0008601793	/0.0027432428	/
2.5E+0003	/0.0024508392	/0.0009048072	/0.0032045324	/
3.2E+0003	/0.0029889203	/0.0005182545	/0.0045304359	/
4.0E+0003	/0.0008686003	/0.0002475448	/0.0012964429	/

FREQ.[Hz] - ETA1 ----- ETA2 ---- ETA3 -

1.0E+0002	/0.01221	/	0.00763	/	0.00730	/
1.5E+0002	/0.00768	/	0.00541	/	0.00620	/
1.2E+0002	/0.01026	/	0.00721	/	0.00691	/
1.0E+0002	/0.00834	/	0.00495	/	0.00692	/
1.0E+0002	/0.00904	/	0.00923	/	0.00478	/
1.3E+0002	/0.00985	/	0.00512	/	0.00641	/
1.0E+0002	/0.00631	/	0.00647	/	0.00711	/
1.0E+0003	/0.00531	/	0.00513	/	0.00825	/
1.3E+0003	/0.00472	/	0.00541	/	0.00585	/
1.6E+0003	/0.00484	/	0.00502	/	0.00495	/
1.0E+0003	/0.00487	/	0.00387	/	0.00483	/
1.5E+0003	/0.00431	/	0.00436	/	0.00534	/
1.2E+0003	/0.00421	/	0.00500	/	0.00658	/
1.0E+0003	/0.00331	/	0.00384	/	0.00302	/

=====)RESIDUO E MODAL OVERLAP FACTOR<=====

FREQ.[Hz] - RESIDUO ----- MOF1 ----- MOF2 ----- MOF3

1.0E+0002	/1280509312.00000	/	1.47409	/	1.07493	/	0.73427
1.5E+0002	/1407850.75000	/	1.15907	/	0.95261	/	0.77971
1.2E+0002	/1243366.87500	/	1.94973	/	1.59903	/	1.09448
1.0E+0002	/312529.81250	/	2.01373	/	1.39358	/	1.39281
1.0E+0002	/32290.68164	/	2.72782	/	3.24779	/	1.20157
1.3E+0002	/30043.18359	/	3.74403	/	2.27211	/	2.02906
1.0E+0002	/118809.97656	/	3.04827	/	3.64324	/	2.86176
1.0E+0003	/19986.65820	/	3.20398	/	3.61245	/	4.14796
1.3E+0003	/11974.86816	/	3.56373	/	4.76050	/	3.67840
1.6E+0003	/8010.81885	/	4.67389	/	5.65628	/	3.98337
1.0E+0003	/5739.80273	/	5.88251	/	5.44455	/	4.85907
1.5E+0003	/3577.38770	/	6.49754	/	7.66751	/	6.71062
1.2E+0003	/2566.23633	/	8.00078	/	11.09132	/	10.42527
1.0E+0003	/7743.24170	/	7.99039	/	10.80619	/	6.08123

=====)TRANSMISSIBILIDADE<=====

FREQ.[Hz] - TMEDIO12 ----- TMEDIO13 ----- TMEDIO23

1.0E+0002	/0.01535	/	0.07675	/	0.12940	/
1.5E+0002	/0.00592	/	0.04462	/	0.14921	/
1.2E+0002	/0.00845	/	0.05627	/	0.15359	/
1.0E+0002	/0.02068	/	0.03298	/	0.27192	/
1.0E+0002	/0.04128	/	0.03458	/	0.25850	/
1.3E+0002	/0.03924	/	0.03174	/	0.12475	/
1.0E+0002	/0.01416	/	0.08433	/	0.15455	/
1.0E+0003	/0.02710	/	0.04778	/	0.16469	/
1.3E+0003	/0.03651	/	0.04368	/	0.18180	/
1.6E+0003	/0.04202	/	0.04359	/	0.19560	/
1.0E+0003	/0.04392	/	0.05027	/	0.17518	/
1.5E+0003	/0.04336	/	0.06313	/	0.22119	/
1.2E+0003	/0.07489	/	0.04263	/	0.32608	/
1.0E+0003	/0.03335	/	0.02363	/	0.10594	/

NUMERO DO EXPERIMENTO...EXP 32C
DATA... 08/01/91

=====>DADOS DO EXPERIMENTO<=====

AREA DA PLACA 1 [M2]... 0.420000
AREA DA PLACA 2 [M2]... 0.840000
ESPESSURA 1 [M]..... 0.001500
ESPESSURA 2 [M]..... 0.001500
MASSA1 [KG]..... 4.910000
MASSA2 [KG]..... 9.820000
TIPO DE BANDA.....200 Hz

=====>FATOR DE ACOPLAMENTO<=====

FREQ.[Hz] - ETA12[EXP] ----- ETA12[CT] ----- ETA21[EXP] ----- ETA21[CT]

2.0E+0002	/0.0026585455	/0.0143778380	/0.0009684354	/0.0071889190	/
4.0E+0002	/0.0022337257	/0.0101666665	/0.0008258555	/0.0050833332	/
6.0E+0002	/0.0016888834	/0.0083010485	/0.0009669180	/0.0041505243	/
8.0E+0002	/0.0015099979	/0.0071889190	/0.0010576360	/0.0035944595	/
1.0E+0003	/0.0014976892	/0.0064299647	/0.0007544516	/0.0032149823	/
1.2E+0003	/0.0014115142	/0.0058697280	/0.0007019308	/0.0029348640	/
1.4E+0003	/0.0014767908	/0.0054343119	/0.0005425630	/0.0027171560	/
1.6E+0003	/0.0017935352	/0.0050833332	/0.0006908774	/0.0025416666	/
1.8E+0003	/0.0012912001	/0.0047926125	/0.0004897098	/0.0023963063	/
2.0E+0003	/0.0014756613	/0.0045466716	/0.0006243103	/0.0022733358	/
2.2E+0003	/0.0013345956	/0.0043350812	/0.0006918415	/0.0021675406	/
2.4E+0003	/0.0017869209	/0.0041505243	/0.0006307271	/0.0020752621	/
2.6E+0003	/0.0010458363	/0.0039876946	/0.0007018381	/0.0019938473	/
2.8E+0003	/0.0010390140	/0.0038426388	/0.0006397580	/0.0019213194	/
3.0E+0003	/0.0012461672	/0.0037123419	/0.0006272671	/0.0018561709	/
3.2E+0003	/0.0017383107	/0.0035944595	/0.0007086117	/0.0017972298	/
3.4E+0003	/0.0008004786	/0.0034871378	/0.0003642029	/0.0017435689	/
3.6E+0003	/0.0006981590	/0.0033888889	/0.0002586215	/0.0016944445	/
3.8E+0003	/0.0004482862	/0.0032985022	/0.0002397763	/0.0016492511	/

=====>FATOR DE PERDA<=====

FREQ.[Hz] - ETA1 ----- ETA2 -----

2.0E+0002	/0.00935	/	0.00610	/
4.0E+0002	/0.00926	/	0.00668	/
6.0E+0002	/0.00720	/	0.00587	/
8.0E+0002	/0.00654	/	0.00727	/
1.0E+0003	/0.00495	/	0.00595	/
1.2E+0003	/0.00460	/	0.00538	/
1.4E+0003	/0.00411	/	0.00519	/
1.6E+0003	/0.00587	/	0.00490	/
1.8E+0003	/0.00430	/	0.00381	/
2.0E+0003	/0.00491	/	0.00465	/
2.2E+0003	/0.00429	/	0.00456	/
2.4E+0003	/0.00479	/	0.00455	/
2.6E+0003	/0.00419	/	0.00498	/
2.8E+0003	/0.00352	/	0.00526	/
3.0E+0003	/0.00395	/	0.00594	/
3.2E+0003	/0.00452	/	0.00597	/
3.4E+0003	/0.00487	/	0.00432	/
3.6E+0003	/0.00391	/	0.00296	/

=====>RESIDUO E MODAL OVERLAP FACTOR<=====

FREQ.[Hz] - RESIDUO ---- MOF1 ---- MOF2 -

2.0E+0002	/0.31065	/	1.12837	/	1.47243	/
4.0E+0002	/0.42420	/	2.23553	/	3.22432	/
6.0E+0002	/0.46827	/	2.60536	/	4.24745	/
8.0E+0002	/0.49750	/	3.15908	/	7.01560	/
1.0E+0003	/0.66987	/	2.98936	/	7.17987	/
1.2E+0003	/0.76544	/	3.33169	/	7.79753	/
1.4E+0003	/0.98538	/	3.47281	/	8.77295	/
1.6E+0003	/0.63417	/	5.66944	/	9.46495	/
1.8E+0003	/1.24103	/	4.67315	/	8.28559	/
2.0E+0003	/0.83459	/	5.92658	/	11.21342	/
2.2E+0003	/0.82904	/	5.69123	/	12.09415	/
2.4E+0003	/0.72031	/	6.93668	/	13.17915	/
2.6E+0003	/1.07079	/	6.56953	/	15.63694	/
2.8E+0003	/1.15889	/	5.94086	/	17.78866	/
3.0E+0003	/0.96192	/	7.15913	/	21.49438	/
3.2E+0003	/0.63087	/	8.73596	/	23.07231	/
3.4E+0003	/2.52835	/	9.98321	/	17.70921	/
3.6E+0003	/4.25455	/	8.48571	/	12.87558	/
3.8E+0003	/6.82327	/	6.33930	/	14.94549	/

=====>TRANSMISSIBILIDADE<=====

FREQ.[Hz] - TMEDIO

2.0E+0002	/0.05199	/
4.0E+0002	/0.06217	/
6.0E+0002	/0.07099	/
8.0E+0002	/0.08203	/
1.0E+0003	/0.07606	/
1.2E+0003	/0.07802	/
1.4E+0003	/0.07669	/
1.6E+0003	/0.10161	/
1.8E+0003	/0.07707	/
2.0E+0003	/0.09747	/
2.2E+0003	/0.10200	/
2.4E+0003	/0.11947	/
2.6E+0003	/0.09992	/
2.8E+0003	/0.09815	/
3.0E+0003	/0.10958	/
3.2E+0003	/0.14280	/
3.4E+0003	/0.07132	/
3.6E+0003	/0.05834	/
3.8E+0003	/0.04576	/

$\tau_{\text{medio}} = 0,085$

IERO BO EXPERIMENTO...EXP 33
A... 11/01/91

=====>DADOS DO EXPERIMENTO<=====

EA DA PLACA 1 [M2]... 0.840000
EA DA PLACA 2 [M2]... 0.720000
PRESSURA 1 [M]..... 0.001500
PRESSURA 2 [M]..... 0.001500
SA1 [KG]..... 9.820000
SA2 [KG]..... 8.420000
PO DE BANDA.....1/3 DE OITAVA

=====>FATOR DE ACOPLAMENTO<=====

FREQ.[Hz] - ETA12[EXP] ----- ETA12[CT] ----- ETA21[EXP] ----- ETA21[CT]

.0E+0002	/0.0019664301	/0.0123238619	/0.0022524372	/0.0143778380	/
.5E+0002	/0.0013220090	/0.0110227969	/0.0021652512	/0.0128599294	/
.2E+0002	/0.0020120223	/0.0098198885	/0.0028094912	/0.0114565361	/
.0E+0002	/0.0036140492	/0.0087142866	/0.0053774342	/0.0101666665	/
.0E+0002	/0.0020122237	/0.0077942945	/0.0030696876	/0.0090933433	/
.3E+0002	/0.0030291209	/0.0069437097	/0.0031473814	/0.0081009939	/
.0E+0002	/0.0029707940	/0.0061619310	/0.0031629498	/0.0071889190	/
.0E+0003	/0.0014795796	/0.0055113984	/0.0021437961	/0.0064299647	/
.3E+0003	/0.0012011987	/0.0049295449	/0.0014992749	/0.0057511353	/
.6E+0003	/0.0012032971	/0.0043571433	/0.0012095092	/0.0050833332	/
.0E+0003	/0.0009881486	/0.0038971473	/0.0011943306	/0.0045466716	/
.5E+0003	/0.0005097449	/0.0034857146	/0.0005794858	/0.0040666666	/
.2E+0003	/0.0007040083	/0.0031053212	/0.0013298335	/0.0036228746	/
.0E+0003	/0.0004343477	/0.0027556992	/0.0004771679	/0.0032149823	/

=====>FATOR DE PERDA<=====

FREQ.[Hz] - ETA1 ----- ETA2 -

.0E+0002	/0.00962	/	0.00921	/
.5E+0002	/0.00650	/	0.00503	/
.2E+0002	/0.00602	/	0.00725	/
.0E+0002	/0.00543	/	0.00651	/
.0E+0002	/0.00695	/	0.00452	/
.3E+0002	/0.00468	/	0.00649	/
.0E+0002	/0.00363	/	0.00605	/
.0E+0003	/0.00428	/	0.00440	/
.3E+0003	/0.00362	/	0.00551	/
.6E+0003	/0.00309	/	0.00531	/
.0E+0003	/0.00390	/	0.00333	/
.5E+0003	/0.00381	/	0.00426	/
.2E+0003	/0.00431	/	0.00493	/
.0E+0003	/0.00334	/	0.00472	/

=====)RESIDUO E MODAL OVERLAP FACTOR<=====

FREQ.[Hz] - RESIDUO ---- MOF1 ---- MOF2 -

.0E+0002	/7223.21143	/	2.32225	/	1.90631	/
.5E+0002	/7808.50293	/	1.95958	/	1.30074	/
.2E+0002	/2499.38330	/	2.28764	/	2.36141	/
.0E+0002	/584.99042	/	2.61960	/	2.69397	/
.0E+0002	/964.93127	/	4.19242	/	2.33925	/
.3E+0002	/418.03992	/	3.55918	/	4.22771	/
.0E+0002	/279.08447	/	3.50071	/	5.00416	/
.0E+0003	/458.32404	/	5.16733	/	4.55298	/
.3E+0003	/475.10043	/	5.46009	/	7.11844	/
.6E+0003	/360.61124	/	5.97253	/	8.79359	/
.0E+0003	/282.78354	/	9.42413	/	6.88487	/
.5E+0003	/666.57495	/	11.48968	/	11.00551	/
.2E+0003	/151.98192	/	16.40178	/	16.07490	/
.0E+0003	/368.94272	/	16.13416	/	19.54690	/

=====)TRANSMISSIBILIDADE<=====

FREQ.[Hz] - TMEDIO

.0E+0002	/0.05144	/
.5E+0002	/0.04690	/
.2E+0002	/0.07322	/
.0E+0002	/0.15350	/
.0E+0002	/0.09691	/
.3E+0002	/0.13416	/
.0E+0002	/0.14999	/
.0E+0003	/0.09790	/
.3E+0003	/0.08204	/
.6E+0003	/0.08363	/
.0E+0003	/0.08397	/
.5E+0003	/0.04697	/
.2E+0003	/0.09659	/
.0E+0003	/0.04978	/